



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)

Факультет «Кораблестроение и морская техника»  
Кафедра «Управление качеством»

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ДИСЦИПЛИНАМ  
«МЕТРОЛОГИЯ»,  
«МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»,  
«МЕТРОЛОГИЯ И ТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ»

Ростов-на-Дону  
2023

УДК 006.91

Составители: Кошлякова И.Г., Атоян Т.В., Степанов М.С.

Методические указания по лабораторному практикуму по дисциплинам «Метрология», «Метрология, стандартизация и сертификация» / Ростов н/Д, Издательский центр ДГТУ, 2023. - 64 с.

Приведены общие положения, методические указания о порядке выполнения и оформления лабораторных работ.

Методические указания предназначены для студентов всех форм обучения направлений, изучающих метрологию: 27.03.01, 27.03.05, 20.05.01, 22.03.01, 22.03.02, 19.03.01, 15.03.01, 15.03.03, , 13.03.02, 11.03.04, 28.03.02, 23.05.01, 11.03.04.

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

Научный редактор докт. техн. наук, профессор М.С. Степанов

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Управление качеством»  
докт. техн. наук, профессор В.П. Димитров

---

В печать \_\_\_\_ . \_\_\_\_ . 2023 г.  
Формат 60×84/16. Объем 4 усл. п. л.  
Тираж 200 экз. Заказ №. \_\_\_\_.

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия:  
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный технический университет, 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа №1 «Косвенные измерения физических величин».....	..4
Лабораторная работа №2 «Обработка результатов косвенных измерений»	8
Лабораторная работа №3 «Совокупные измерения физических величин»	11
Лабораторная работа №4 «Обработка результатов совокупных измерений»	14
Лабораторная работа №5 «Однородные неравноточные измерения физических величин»	18
Лабораторная работа №6 «Обработка результатов групп однородных неравноточных результатов измерений»	25
Лабораторная работа №7 «Исследование метрологических характеристик электроиндуктивной измерительной системы»	30
Лабораторная работа №8 «Определение класса точности средства измерений»	36
Лабораторная работа №9 «Выбор средств измерений и оценка качества результатов измерений»	40
Лабораторная работа №10 «Оценка годности детали»	54
Лабораторная работа №11 «Прямые многократные равноточные измерения физических величин»	57
Лабораторная работа №12 «Обработка результатов прямых многократных равноточных измерений физических величин»	61

## «КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН»

**1 Цель работы:** освоить методику выполнения косвенных измерений, получить навыки в определении необходимого числа измерений.

**2 Оборудование:**

2.1 Генератор Г4-158

2.2 Осциллограф С1-54

2.3 Магазины сопротивлений: ММЭС Р4834, Р33

2.4 Стенд лабораторный

2.5 Соединительные провода

**3 Объект измерений** (см. приложение А):

3.1 Конденсатор

3.2 Катушка индуктивности

**4 Общие положения**

4.1 Косвенные измерения и порядок получения их результатов

Косвенное измерение – это измерение, при котором значение физической величины  $A$  определяют на основании результатов измерений других физических величин  $a_1, \dots, a_m$ , функционально связанных с искомой. При этом измеряемая величина  $A$  связана с измеряемыми аргументами  $a_1, \dots, a_m$  зависимостью:

$$A = f(a_1, \dots, a_m), \quad (1)$$

где  $a_1, \dots, a_m$  – значения измеряемых аргументов.

Косвенные измерения разделяют на два вида: при линейной зависимости между измеряемой величиной и измеряемыми аргументами и при нелинейной зависимости между ними. В лабораторной работе рассматриваются косвенные измерения величин, определяемых нелинейными функциями.

Для повышения точности результата косвенных измерений, измерения аргументов производят многократно. Точность результата измерений оценивают доверительным интервалом, в котором с заданной вероятностью  $P$  будет находиться искомый параметр:

$$\bar{A} - \varepsilon < A < \bar{A} + \varepsilon, \quad (2)$$

где  $A$  – искомая величина;  $\bar{A}$  – среднее арифметическое значение измеряемой величины;  $\varepsilon$  – доверительные границы погрешности результата измерений, для нормального закона распределения определяются по формуле:  $\varepsilon = t_p \times \sigma / \sqrt{n}$ ,  $(3)$

где  $n$  – число измерений;  $t_p$  – коэффициент Стьюдента (см. приложение Б);  $\sigma$  – СКО результата измерений.

Экономически целесообразно предварительно определять минимально необходимое число измерений для получения результата измерений с требуемой точностью. Точность измерений задается доверительными границами: отклонением  $\varepsilon$  значения искомой величины от среднего арифметического  $\bar{A}$  и средним квадратическим отклонением  $S$ .

Число измерений  $n$  определяется из формулы (4):  $n > (t_p \times S / \varepsilon)^2$

(4)

4.2. Определение параметров электрических элементов с помощью измерительных мостов

В лабораторной работе рассматриваются косвенные измерения параметров конденсатора: активного сопротивления  $R_x$ , емкости  $C_x$ , тангенса угла потерь  $\tan \delta$ .

Тангенс угла потерь  $\operatorname{tg}\delta$  характеризует удельные диэлектрические потери энергии в конденсаторе, т.е. мощность, рассеиваемую в единице объема вещества, и определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\delta = \omega \times C_x \times R_x, \quad (5)$$

где  $\omega$  – частота напряжения питания. Чем больше  $\operatorname{tg}\delta$ , тем больше нагрев диэлектрика в электрическом поле.

Измерения параметров электрических цепей  $C_x$ ,  $R_x$  производится при помощи мостов переменного тока, так как они обеспечивают высокую точность и чувствительность при относительной простоте. Схема измерений (рис.1) представляет собой четырехплечий уравновешенный мост переменного тока. Источником питания является генератор  $G$ . Для балансирования моста необходимо иметь не менее двух регулируемых элементов (такowymi являются магазины сопротивлений). Состояние баланса фиксируют по нулевому показанию индикатора НИ. Мост балансируют методом последовательных приближений: поочередно регулируют каждый из элементов до получения минимального показания индикаторного прибора. Для лучшей сходимости моста в качестве НИ применяют осциллограф, в котором на одну пару отклоняющих пластин подают опорное напряжение, а на другую – напряжение в измерительной диагонали. При этом можно судить об изменении, как модуля, так и фазы напряжения, что позволяет ускорить процесс балансировки.

Измерение емкости производится по схеме с образцовым конденсатором  $C_3$  и переменными резисторами  $R_2$  и  $R_3$  (см.рис.1). Исследуемый конденсатор представлен (замещен) последовательным соединением емкости  $C_x$  и активного сопротивления  $R_x$ , обусловленного потерями в конденсаторе.

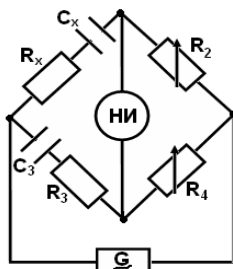


Рис.1. Схема моста для измерений емкости и тангенса угла потерь

Из условия равновесия моста:

$$R_x = R_2 \times R_3 / R_4 \quad (6)$$

$$C_x = C_3 \times R_4 / R_2 \quad (7)$$

В качестве одного из переменных сопротивлений используется магазин сопротивлений ММЭС Р4834, подключающийся к измерительной цепи в соответствии с таблицей.

Установка пределов измерений магазина сопротивлений ММЭС Р4834

Пределы измеряемого сопротивления, Ом	0,01-0,1	0,1-1,0	1,0-10	10-100	100-10000	10000-1000000
Зажимы, используемые для подключения	8-9	7-8	6-7	5-6	3-4	1-2

## 5 Порядок выполнения работы

5.1. Оформить отчет по лабораторной работе в соответствии с приложением В.

5.2. Ознакомиться с общими положениями методических указаний.

5.3. В соответствии с заданием собрать схему измерительного моста (рис. 1).

5.4. Рассчитать необходимое число измерений по формуле (4). Данные занести в табл.1 приложения В.

5.5. Произвести рассчитанное число измерений. Результаты занести в табл. 2 приложения В.

Необходимое количество экспериментальных данных набирают, задавая величину сопротивления на одном магазине сопротивлений, и уравнивая мост другим магазином сопротивлений.

#### **6 Список рекомендуемой литературы**

6.1. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб. – М.: Изд – во стандартов, 2003.

6.2. Атамалян Э.Г. Приборы и методы измерения электрических величин. – М.: Изд – во Дрофа, 2008.

6.3. Дворяшин Б.В. Основы метрологии и радиоизмерения. – М.: Радио и связь, 1993.

6.4. Евтихеев Н.Н., Купершмидт Я.А., Папуловский В.Ф., Скугоров В.Н. Измерения электрических и неэлектрических величин. – М.: Энергоатомиздат, 1990.

#### **7 Контрольные вопросы**

7.1. Какие измерения относятся к косвенным?

7.2. Как определить необходимое количество измерений?

7.3. Что характеризует и как определяется тангенс угла потерь?

7.4. Привести схему измерительного моста и расчетные формулы для определения параметров конденсатора.

7.5. Как организовать многократные косвенные измерения параметров конденсатора?

#### Приложение А

##### Задание на выполнение лабораторной работы

Объект измерения	Конденсатор, емкостью $C_x$ , мкФ				
№ варианта	1	2	3	4	5
Номинальные. значения	0,05	0,25	0,5	1	2
Доверит. вероятность Р	0,97	0,96	0,95	0,98	0,99
Границы доверит. интервала $\epsilon$	0,01	0,025	0,025	0,1	0,2
СКО $\sigma$	0,0146	0,046	0,036	0,122	0,233
Постоянное сопротивление Ом	1	10		20	
Образцовый конденсатор, мкФ	$C_3=0,05$				
Частота переменного напряжения F, кГц	10				

#### Приложение Б

##### Коэффициент Стьюдента $t_p$

Вероятность Р	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
Коэф. Стьюдента $t_p$	1,960	2,054	2,178	2,326	2,576

#### Приложение В

##### Форма отчета

1. Цель работы
2. Оборудование
3. Объект измерения и измеряемые параметры (по варианту № \_)
4. Схема измерительного моста
5. Расчет необходимого числа измерений

Таблица 1 – Определение числа измерений

Вероятность P	Доверительные границы $\varepsilon$	СКО $\sigma$	Коэффициент Стьюдента $t_p$	Число измерений n

Таблица 2 – Результаты измерений

Объект измерений	№ измерения j	Измеренные значения, Ом		Измеряемый параметр	
				активное сопротивление $R_{xj}$	емкость $C_{xj}$
		$R_2$	$R_4$	$R_{xi} = \frac{R_2 \times R_3}{R_4}$ ( $R_3 =$ )	$C_{xi} = \frac{C_3 \times R_4}{R_2}$ ( $C_3 =$ )
Конденсатор					

**«ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ»**

**1 Цель работы:** получить навыки в проведении обработки результатов косвенных измерений.

**2 Общие положения**

Косвенные измерения разделяют на два вида: при линейной зависимости между измеряемой величиной и измеряемыми аргументами и при нелинейной зависимости между ними. В лабораторной работе рассматриваются косвенные измерения величин, определяемых нелинейными функциями. Для обработки результатов используют метод линеаризации, предполагающий разложение в ряд Тейлора:

$$f(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_m) = f(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_m) - \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial a_i} \cdot \Delta a_i + R \quad (1)$$

где  $f(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_m)$  – функция измеряемой величины  $A$  в точках  $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_m$ :  $\frac{\partial f}{\partial a_i}$  –

первая производная от функции  $f$  по  $a_i$  – аргументу,  $\Delta a_i$  – отклонение отдельного результата  $i$ -го аргумента от его среднего арифметического;

$R$  – остаточный член ряда Тейлора:

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 f}{\partial a_i^2} \cdot (\Delta a_i)^2 \quad (2)$$

где  $\sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 f}{\partial a_i^2} (\Delta a_i)^2$  – полный дифференциал второго порядка функциональной

зависимости  $f$  в частных производных.

$$\text{Остаточным членом можно пренебречь, если } R < 0,8 \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 \cdot D(\bar{a}_i)} \quad (3)$$

где  $D(\bar{a}_i)$  – дисперсия от измеряемых аргументов  $a_i$ .

Отклонения  $\Delta a_i$  должны быть взяты из возможных значений погрешностей такими, чтобы они максимизировали функцию  $f(\bar{a}_i + \Delta a_i, \dots, \bar{a}_m + \Delta a_m)$ .

$$\text{Вычисляют результат измерений } \tilde{A} = f(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_m) \quad (4)$$

и среднее квадратическое отклонение (СКО) результата измерений:

$$S_{\tilde{A}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 \cdot S^2(\bar{a}_i)} \quad (5)$$

Для повышения точности результата косвенных измерений, измерения аргументов производят многократно. Точность результата измерений оценивают доверительным интервалом, в котором с заданной вероятностью  $P$  будет находиться искомый параметр:

$$\tilde{A} - \varepsilon < A < \tilde{A} + \varepsilon, \quad (6)$$

где  $A$  – искомая величина;  $\tilde{A}$  – среднее арифметическое значение измеряемой величины;  $\varepsilon$  – доверительные границы погрешности результата измерений, для

нормального закона распределения определяются по формуле:  $\varepsilon = t_p \times S / \sqrt{n}$ ,  $(7)$

где  $n$  – число измерений;  $t_p$  – коэффициент Стьюдента (см. приложение А);  $S$  – СКО результата измерений.



### **3 Порядок выполнения работы**

3.1. Оформить отчет по лабораторной работе в соответствии с приложением

Б.

3.2. Ознакомиться с общими положениями методических указаний.

3.3. Рассчитать средние арифметические значения:  $\bar{a}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ij}$ ; (8)

среднеквадратические отклонения (СКО) измеряемых аргументов:  $S_{ai} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (a_{ij} - \bar{a}_i)^2}{n-1}}$ , (9)

определить наибольшие отклонения аргументов от среднего арифметического значения:

$$\Delta a_{\max} = |a_{ij} - \bar{a}_i|_{\max} \quad (10)$$

3.4. Рассчитать числовые характеристики результатов измерений сопротивления  $R_x$  и емкости  $C_x$  конденсатора по формулам (4) и (5).

Данные занести в табл.1 приложения Б.

3.5. Обработать результаты косвенных измерений  $\tan \delta$ .

3.5.1. Рассчитать остаточный член  $R$  разложения нелинейной функции в ряд Тейлора по формуле (3).

3.5.2. Сравнить полученное значение  $R$  с числовым значением  $0,8 S_{\tilde{A}}$ , определяемым по формуле (5). Если  $R < 0,8 S_{\tilde{A}}$ , то его значением пренебрегают; если  $R > 0,8 S_{\tilde{A}}$ , то на его значение увеличивают результат косвенных измерений.

3.5.3. Вычислить результат измерений по формуле (4).

3.5.4. Рассчитать СКО результатов измерений  $S_{\tilde{A}}$  по формуле (5) и дисперсии  $D_{\tilde{A}} = S_{\tilde{A}}^2$ . Результаты расчетов по п.п. 3.5.1 – 3.5.4. занести в табл. 2 приложения Б.

### **4 Список рекомендуемой литературы**

4.1. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб. – М.: Изд – во стандартов, 2003.

4.2. Атамалян Э.Г. Приборы и методы измерения электрических величин. – М.: Изд – во Дрофа, 2008.

4.3. Дворяшин Б.В. Основы метрологии и радиоизмерения. – М.: Радио и связь, 1993.

4.4. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии и стандартизации. – Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

### **5 Контрольные вопросы**

5.1. Какие измерения относятся к косвенным?

5.2. Привести порядок обработки результатов косвенных измерений для нелинейных функций.

5.3. Как определяется тангенс угла потерь?

5.4. Вывести расчетные формулы для определения остаточного члена  $R$  и СКО тангенса угла потерь конденсатора.

5.5. Как вычислить результат измерений тангенса угла потерь?

Приложение А

Коэффициент Стьюдента  $t_p$

Вероятность Р	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
Коэф. Стьюдента $t_p$	1,960	2,054	2,178	2,326	2,576

## Форма отчета

Цель работы

Расчет характеристик результатов косвенных измерений

Таблица 1 – Результаты косвенных измерений сопротивления и емкости

Объект измерения	№ измерения j	Измеренные значения, Ом		Измеряемый параметр			
				активное сопротивление $R_x$		емкость $C_x$	
		$R_2$	$R_4$	$R_{xj}$	$\Delta R_{xj}^2 = (R_{xj} - \tilde{R}_x)^2$	$C_{xj}$	$\Delta C_{xj}^2 = (C_{xj} - \tilde{C}_x)^2$
Конденсатор							
Суммы	n=	—	—	$\sum R_{xj}$	$\sum \Delta R_{xi}^2$	$\sum C_{xj}$	$\sum \Delta C_{xj}^2$
Оценки средних значений				$\tilde{R}_x =$		$\tilde{C}_x =$	
СКО				$s(\tilde{R}_x) =$		$s(\tilde{C}_x) =$	
Дисперсия				$D(\tilde{R}_x) =$		$D(\tilde{C}_x) =$	
Наибольшее отклонение				$\Delta R_{\max} = (R_{xj} - \tilde{R}_x)_{\max} =$		$\Delta C_{\max} = (C_{xj} - \tilde{C}_x)_{\max} =$	

Таблица 2 – Результаты измерений тангенса угла потерь

Наименование расчетной величины	тангенс угла потерь $\operatorname{tg} \sigma$
Функция определения ( $\omega = 2 \pi F$ )	$\operatorname{tg} \delta = \omega \times C_x \times R_x$
Остаточный член ряда Тейлора R	$\omega \times \Delta C_{\max} \times \Delta R_{\max} =$
СКО измеряемого параметра	$S(\operatorname{tg} \delta) = \omega \times \sqrt{\overline{R_x}^2 \times D(C_x) + C_x^2 \times D(\overline{R_x})} =$
Проверить неравенство	$R < 0,8 \times S(\operatorname{tg} \delta)$
Вывод о влиянии R на результат измерения	<i>влияет/не влияет</i>
Результат измерений	$\operatorname{tg} \delta = \omega \times \overline{C_x} \times \overline{R_x} + R =$

**«СОВОКУПНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН»**

**1. Цель и задачи работы:** освоить методику планирования, организации и выполнения совокупных измерений для проведения калибровки рабочих эталонов.

**2. Оборудование**

2.1. Весы рычажные.

2.2. Разновес.

**3. Объект измерений:** набор из трех гирь.

**4. Общие положения**

Совокупными измерениями являются измерения нескольких однородных величин в различных сочетаниях, значения которых определяют путем решения системы уравнений. При этом значения измеряемых величин  $A_1, \dots, A_m$  определяют на основании совокупности измерений:

$$\begin{aligned} f_1(A_1, \dots, A_m, a_{11}, \dots, a_{1n}) &= 0 \\ f_2(A_1, \dots, A_m, a_{21}, \dots, a_{2n}) &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ f_k(A_1, \dots, A_m, a_{k1}, \dots, a_{kn}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a_{11}, a_{21}, \dots, a_{k1}$  - величины, измеряемые методом непосредственной оценки.

Проведение совокупных измерений обусловлено необходимостью меньшего использования эталонов, малым диапазоном измерений средств измерений, повышением точности результатов измерений. Совокупные измерения состоят из ряда прямых измерений однородных величин, причем при переходе от одного ряда измерений к другому меняются сочетания измеряемых величин, по которым составляются уравнения. Точность результатов совокупных измерений зависит от числа уравнений: чем больше число независимых уравнений, связывающих измеряемые величины, тем точнее результаты измерений. Поэтому стремятся измерения выполнять так, чтобы число уравнений превышало число измеряемых величин. Примерами совокупных измерений могут быть определения номинальных значений и погрешностей мер из наборов и магазинов, гирь, углов, сопоставление шкал линеек и т.д. При калибровке гирь одну гирю или сочетание гирь сравнивают непосредственно с эталонной гирей и находят ее действительное значение. Действительное значение остальных гирь определяют путем сравнений в различных сочетаниях всех гирь, входящих в набор, включая те гири, которые сравнивались непосредственно с эталонной гирей. Как правило, получаемые условные уравнения являются неравноточными из-за различия внешних влияющих факторов, числа измерений, мер, используемых для сравнения. Это учитывает вес каждого из уравнений. При исключенных систематических погрешностях вес вычисляют по формуле:  $p = 1/S^2$ , где  $S^2$  - дисперсия случайной погрешности измерений условного уравнения.

Условными называются уравнения в системе, когда их число превышает число неизвестных, что при измерениях получается из-за наличия погрешностей. В случае, когда условные уравнения имеют линейный вид:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z - l_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z - l_2 &= 0 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (2)$$

$$a_n x + b_n y + c_n z - l_n = 0,$$

где  $x, y, z$  – наилучшие значения искомых величин  $X, Y, Z$ ;

$a_i, b_i, c_i, l_i$  – коэффициенты.

Полученную систему приводят к системе нормальных уравнений и решают, например, методом Гаусса относительно искомых величин  $X, Y, Z$ .

### **5. Порядок выполнения работы**

5.1. Оформить отчет по лабораторной работе в соответствии с приложением А.

5.2. Ознакомиться с общими положениями методических указаний.

5.3. Составить возможные сочетания гирь для выполнения совокупных измерений, стремясь к наибольшему числу условных уравнений, и заполнить табл.1.

5.4. Произвести многократные измерения при каждом сочетании гирь (число измерений  $n$  задается преподавателем). Результаты занести в табл.2.

5.5. Рассчитать средние арифметические значения каждого из многократных

измерений:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (3)$$

где  $x_i$  - результат  $i$ -го измерения.

5.6. Определить СКО  $S$  каждого из многократных измерений:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (4)$$

5.7. Рассчитать вес каждого условного уравнения:  $p = 1/S^2$ . Данные по п.п. 5.5 ÷ 5.7 занести в табл.2.

5.8. Составить систему условных уравнений совокупных измерений.

### **6 Список рекомендуемой литературы**

6.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп. - СПб.: Питер, 2010.

6.2. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии. Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

6.3. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.: Изд-во стандартов, 1991.

### **7. Контрольные вопросы**

7.1. Какие измерения называются совокупными?

7.2. Как составляются условные уравнения при совокупных измерениях?

7.3. Что характеризуют и как определяются веса условных уравнений?

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Форма отчета

1. Цель работы.

2. Оборудование.

3. Объект измерений, исходные данные.

Таблица 1

Номинальные значения гирь			Вес эталона	Число измерений $n$	Вероятность $P$	Коэффициент Стьюдента $t_p$	Условные уравнения
X	Y	Z					

#### 4. Результаты измерений

Таблица 2

№ измерения $i$	В сочетаниях					
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
.						
.						
.						
Среднее арифметическое значение						
СКО $S$						
Дисперсия $S^2$						
Вес $p$						

#### 5. Система условных уравнений.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ Б

##### Коэффициент Стьюдента $t_p$

Вероятность $P$	Коэффициент Стьюдента $t_p$
0,95	1,960
0,96	2,054
0,97	2,170
0,98	2,326
0,99	2,576

## «ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ СОВОКУПНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**1. Цель и задачи работы:** освоить методику обработки результатов совокупных измерений для получения действительных значений рабочих эталонов.

### 2. Общие положения

Совокупными измерениями являются измерения нескольких однородных величин в различных сочетаниях, значения которых определяют путем решения системы уравнений. При этом значения измеряемых величин  $A_1, \dots, A_m$  определяют на основании совокупности измерений:

$$\begin{aligned} f_1(A_1, \dots, A_m, a_{11}, \dots, a_{1n}) &= 0 \\ f_2(A_1, \dots, A_m, a_{21}, \dots, a_{2n}) &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ f_k(A_1, \dots, A_m, a_{k1}, \dots, a_{kn}) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a_{11}, a_{21}, \dots, a_{k1}$  - величины, измеряемые методом непосредственной оценки.

В результате совокупных измерений получают систему условных уравнений, в которой число уравнений превышает число неизвестных. В случае, когда условные уравнения имеют линейный вид:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z - l_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z - l_2 &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ a_nx + b_ny + c_nz - l_n &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x, y, z$  - наилучшие значения искомых величин  $X, Y, Z$ ;  
 $a_i, b_i, c_i, l_i$  - коэффициенты.

Полученную систему приводят к системе нормальных уравнений, число которых равно числу неизвестных. Введя обозначения Гаусса, полученную систему можно записать в виде:

$$\begin{aligned} [paa]x + [pab]y + [pac]z &= [pal] \\ [pab]x + [pbb]y + [pbc]z &= [pbl] \\ [pac]x + [pbc]y + [pcc]z &= [pcl]. \end{aligned} \quad (3)$$

В полученной системе нормальных уравнений коэффициенты, заключенные в скобки, выражены через коэффициенты условных уравнений (см. таблицу).

Расчет коэффициентов нормальных уравнений

i	p	a	b	c	l	paa	pab	pac	pbb	pbc	pcc	pal	pbl	pcl
1	$p_1$	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$l_1$	$p_1a_1a_1$	$p_1a_1b_1$	$p_1a_1c_1$	$p_1b_1b_1$	$p_1b_1c_1$	$p_1c_1c_1$	$p_1a_1l_1$	$p_1b_1l_1$	$p_1c_1l_1$
2	$p_2$	$a_2$	$b_2$	$c_2$	$l_2$	$p_2a_2a_2$	$p_2a_2b_2$	$p_2a_2c_2$	$p_2b_2b_2$	$p_2b_2c_2$	$p_2c_2c_2$	$p_2a_2l_2$	$p_2b_2l_2$	$p_2c_2l_2$
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
n	$p_n$	$a_n$	$b_n$	$c_n$	$l_n$	$p_n a_n a_n$	$p_n a_n b_n$	$p_n a_n c_n$	$p_n b_n b_n$	$p_n b_n c_n$	$p_n c_n c_n$	$p_n a_n l_n$	$p_n b_n l_n$	$p_n c_n l_n$
$\Sigma$	-	-	-	-	-	[paa]	[pab]	[pac]	[pbb]	[pbc]	[pcc]	[pal]	[pbl]	[pcl]

Решая систему нормальных уравнений, получают наиболее достоверные значения искомых величин  $X, Y, Z$ :  $x = D_a/D$ ;  $y = D_b/D$ ;  $z = D_c/D$ , (4)

где  $D$  - главный определитель:

$$D = \begin{vmatrix} [paa] & [pab] & [pac] \\ [pab] & [pbb] & [pbc] \\ [pac] & [pbc] & [pcc] \end{vmatrix} \quad (5)$$

Определители  $D_a$ ,  $D_b$ ,  $D_c$  получают из главного определителя путем замены столбца с коэффициентом при неизвестном  $x$ ,  $y$  или  $z$  соответственно столбцом со свободными членами:

$$D_a = \begin{vmatrix} [pal] & [pab] & [pac] \\ [pbl] & [pbb] & [pbc] \\ [pcl] & [pbc] & [pcc] \end{vmatrix}, D_b = \begin{vmatrix} [paa] & [pal] & [pac] \\ [pab] & [pbl] & [pbc] \\ [pac] & [pcl] & [pcc] \end{vmatrix}, D_c = \begin{vmatrix} [paa] & [pab] & [pal] \\ [pab] & [pbb] & [pbl] \\ [pac] & [pbc] & [pcl] \end{vmatrix} \quad (6)$$

Подставляя вычисленные значения  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в левые части условных уравнений, получим остаточные погрешности:  $v_1 = a_1x + b_1y + c_1z - l_1$

$$v_2 = a_2x + b_2y + c_2z - l_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$v_n = a_nx + b_ny + c_nz - l_n.$$

(7)

Вычисляют среднее квадратическое отклонение (СКО) остаточных погрешностей по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-m}}, \quad (8)$$

где  $n$  - число условных уравнений;  $m$  - число искомых величин.

СКО вычисленных значений искомых величин  $x$ ,  $y$ ,  $z$  определяют по формулам:

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{D_{11}}{D}} \times \sigma, \quad \sigma(y) = \sqrt{\frac{D_{22}}{D}} \times \sigma, \quad \sigma(z) = \sqrt{\frac{D_{33}}{D}} \times \sigma, \quad (9)$$

где  $D_{11}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{33}$  - алгебраические дополнения элементов  $[paa]$ ,  $[pbb]$ ,  $[pcc]$  определителя, получаемые путем удаления из определителя  $D$  столбца и строки, на пересечении которых находится данный элемент:

$$D_{11} = \begin{vmatrix} [pbb] & [pbc] \\ [pbc] & [pcc] \end{vmatrix}, D_{22} = \begin{vmatrix} [paa] & [pac] \\ [pac] & [pcc] \end{vmatrix}, D_{33} = \begin{vmatrix} [paa] & [pab] \\ [pab] & [pbb] \end{vmatrix} \quad (10)$$

Результаты измерений представляют в виде доверительных интервалов для истинных значений искомых величин  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  при заданной доверительной

вероятности  $P$ :  $x - t_p \times \sigma(x) < X < x + t_p \times \sigma(x)$

$y - t_p \times \sigma(y) < Y < y + t_p \times \sigma(y)$

$z - t_p \times \sigma(z) < Z < z + t_p \times \sigma(z).$

(11)

### **3. Порядок выполнения работы**

3.1. Оформить отчет по лабораторной работе в соответствии с приложением А.

3.2. Ознакомиться с общими положениями методических указаний.

3.3. Составить систему условных уравнений совокупных измерений.

3.4. Привести систему условных уравнений к системе нормальных уравнений, для этого рассчитать коэффициенты нормальных уравнений и заполнить табл.1.

3.5. Составить и вычислить определители системы нормальных уравнений (5; 6).

3.6. Рассчитать наиболее достоверные значения искомых величин  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (4). Данные по п.п. 3.5, 3.6 занести в табл.2.

3.7. Рассчитать остаточные погрешности условных уравнений (7).

3.8. Вычислить СКО остаточных погрешностей и искомых величин (8; 9; 10). Данные по п.п. 3.7, 3.8 занести в табл. 3.

3.9. Для вероятности  $P$  (по заданию преподавателя) определить коэффициент Стьюдента  $t_p$ , предполагая, что погрешности измерений подчиняются нормальному закону (Приложение Б), и представить результаты измерений в виде доверительных интервалов (11).

#### 4 Список рекомендуемой литературы

4.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп. - СПб.: Питер, 2010.

4.2. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии. Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

4.3. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.: Изд-во стандартов, 1991.

#### 5. Контрольные вопросы

5.1. Какие измерения называются совокупными?

5.2. Что такое условные уравнения и зачем их получают при совокупных измерениях?

5.3. Как перейти от системы условных уравнений к системе нормальных уравнений?

5.4. Что характеризуют и как определяются веса условных уравнений?

5.4. Чем обусловлены остаточные погрешности?

5.5. Как учитываются в результатах совокупных измерений остаточные погрешности?

5.6. Приведите последовательность обработки результатов совокупных измерений.

5.7. В каком виде представляются результаты совокупных измерений?

#### ПРИЛОЖЕНИЕ А

##### Форма отчета

1. Цель работы.

2. Система условных уравнений.

3. Расчет коэффициентов нормальных уравнений.

Таблица 1

№ уравнения	Вес $p$	Коэффициенты условных уравнений				$p a a$	$p a b$	$p a c$	$p b b$	$p b c$	$p c c$	$p a /$	$p b /$	$p c /$
		$a$	$b$	$c$	$/$									
Суммы	-	-	-	-	-	$[p a a]$	$[p b b]$	$[p a c]$	$[p b b]$	$[p b c]$	$[p c c]$	$[p a /]$	$[p b /]$	$[p c /]$

4. Система нормальных уравнений.

5. Расчет наиболее достоверных значений измеряемых величин.

Таблица 2

Определители	$D =$	$D_a =$	$D_b =$	$D_c =$
Значения искомых величин	-	$x = D_a/D =$	$y = D_b/D =$	$z = D_c/D =$

6. Расчет остаточных погрешностей и искомых величин.

Таблица 3

Номер уравнения $i$	Значения остаточных погрешностей $v_i$		
СКО остаточных погрешностей $\sigma$			
Алгебраические дополнения	$D_{11} =$	$D_{22} =$	$D_{33} =$
СКО искомых величин	$\sigma(x) =$	$\sigma(y) =$	$\sigma(z) =$

7. Результаты измерений при доверительной вероятности  $P$ :  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .



Коэффициент Стьюдента  $t_p$ 

Вероятность Р	Коэффициент Стьюдента $t_p$
0,95	1,960
0,96	2,054
0,97	2,170
0,98	2,326
0,99	2,576

## «ОДНОРОДНЫЕ НЕРАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН»

**1 Цель работы:** освоить методику получения результатов однородных неравноточных групп измерений, получить навыки в организации проведения измерений различной точности.

### **2 Оборудование:**

- 2.1. Штангенциркуль.
- 2.2. Микрометр гладкий.
- 2.3. Скоба рычажная.
- 2.4. Плоскопараллельные концевые меры длины.

### **3 Объект измерений**

Партия деталей 50 шт. (см. приложение А):

### **4 Общие положения**

#### **4.1. Особенности неравноточных результатов измерений**

В практике часто встречаются случаи, когда одна и та же величина измеряется при различных условиях внешней среды, разными операторами, средствами измерений, имеющими различные значения погрешности, в результате чего измерения выполняются с разной точностью и называются неравноточными. Такие измерения могут иметь место при проведении различного числа измерений.

#### **4.2. Средства измерений**

В качестве средств измерений в работе используются штангенциркуль, микрометр гладкий и скоба рычажная. Измерения проводятся при различном количестве деталей в выборках и разными операторами.

Измерения, выполняемые штангенциркулем и микрометром относятся к классу абсолютных. Абсолютными называются измерения, основанные на прямых измерениях одной или нескольких физических величин и использовании значений физических констант. При прямых измерениях искомые значения величины находят непосредственно из опытных данных.

Измерения, проводимые рычажной скобой, являются относительными. Относительными измерениями называются измерения отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы, или измерения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную. Относительные измерения основаны на сравнении измеряемой величины с известным значением меры. Искомую величину при этом находят алгебраическим суммированием размера меры и показаний прибора.

##### **4.2.1. Устройство штангенциркуля**

Штангенциркуль (рис.1) состоит из штанги 1, неподвижных измерительных губок 2, изготовленных заодно со штангой, рамки 3 с подвижными измерительными губками 4, нониуса 5, винтов крепления нониуса 11, зажима 6, гайки 7, микрометрического винта 8, хомута 9, зажима 10. Рамка 3 и хомут 9 соединены между собой винтом 8. При помощи винтовой передачи 7–8 осуществляется малая подача рамки 3 при фиксированном положении хомута 9 зажимом 10. Штангенциркули снабжены измерительными губками для наружных и внутренних измерений, а также специальной линейкой для измерения глубин и уступов. Глубина измеряется от торца штанги до конца линейки, отсчет производится по шкале, как и при других видах измерений.

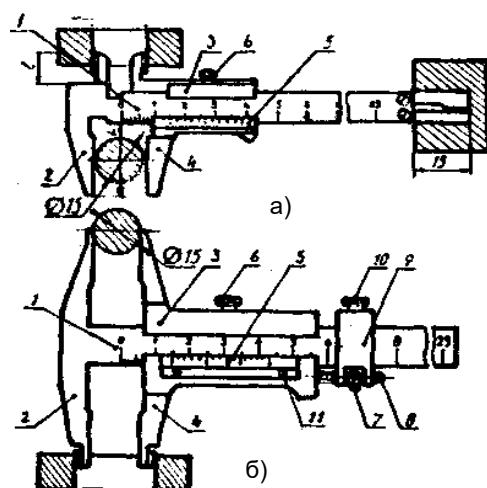


Рисунок 1 – Типы штангенциркулей:

а) двусторонний с глубиномером; б) двусторонний.

У штангенциркуля, изображенного на рис.1,б, нижние измерительные губки предназначены для измерений как внутренних, так и наружных размеров. При измерении внутреннего размера к показаниям штангенциркуля надо прибавлять общую толщину губок, которая обозначена на их лицевой стороне. Верхние губки служат для измерения наружных размеров, а их заостренные концы используются также для нанесения разметочной линии.

Для уменьшения погрешностей, возникающих вследствие деформации губок, в процессе измерений не следует пользоваться микроподачей. Она используется только при установке необходимого размера.

Перед измерениями необходимо проверить штангенциркуль. Поверхности губок должны быть ровными, без забоин. Между измерительными поверхностями не должно быть просвета при их соприкосновении, а нулевые штрихи шкалы штанги и шкалы нониуса должны совпадать. Также должен совмещаться последний штрих нониуса с соответствующим штрихом шкалы штанги. Если штрихи не совпадают, то надо, отвернув винт нониуса 11, сдвинуть его до совмещения штрихов. Затем следует проверить наличие перекоса рамки. Если при зажиме винтом 6 возникает перекос в размере, изменяется или появляется зазор между губками, то таким штангенциркулем пользоваться нельзя.

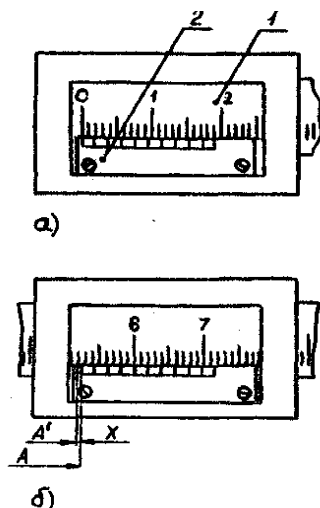


Рисунок 2 – Отчётное устройство штангенциркуля:

а) исходное положение; б) положение нониуса, соответствующее измеряемому размеру 52,50 мм

Отсчетное устройство (рис.2) включает штангу с основной штриховой шкалой 1 и линейный нониус 2. Поэтому штангенциркуль относят к штриховым измерительным инструментам с линейным нониусом. Шкала нониуса закрепляется на подвижной рамке и служит для отсчета дробных делений основной шкалы.

При исходном положении нониуса (см. рис.2,а) нулевые штрихи основной шкалы и шкалы нониуса совпадают. При измерении (см.рис.2,б) шкала нониуса смещается относительно основной шкалы и по положению нулевого штриха нониуса определяют величину этого смещения, соответствующую измеряемому размеру. При этом отсчет целых миллиметров определяют по основной шкале, а отсчет дробных долей – по шкале нониуса. Нониусы изготавливают с ценой деления 0,1 и 0,05 мм. Основные метрологические параметры рассчитываются по следующим формулам:

а) цена деления:  $c = a/n$ , где  $a$  – длина деления основной шкалы;  $n$  – число делений шкалы нониуса.

б) длина деления:  $a_i = a \cdot \gamma - c$ , где  $\gamma$  – модуль, показывает сколько делений

основной шкалы соответствует одному делению нониуса. На рис.1,а модуль равен 2, т.к. в одном делении шкалы нониуса заключено 2 деления основной шкалы. В различных модификациях штангенциркуля модуль может быть равен 1, 2 или 5;

в) длина шкалы:  $l = a_i \cdot n = n(a \cdot \gamma - c) = a(n \cdot \gamma - 1)$ ;

г) число делений:  $n = a/c$ .

Рассмотрим порядок отсчета показаний штангенциркуля для случая, приведенного на рис.2,б. Цена деления шкалы нониуса равна 0,1 мм. Расстояние  $A$ , соответствующее измеряемому размеру, равно числу целых интервалов основной шкалы  $A'$  плюс часть интервала  $X$ . Исходный размер будет равен  $A = A' + X$ . Величина  $X$  определяется как  $X = m \cdot c$ , где  $m$  равно порядковому номеру штриха шкалы нониуса, совпадавшего со штрихом основной шкалы. Таким образом,  $A = A' + m \cdot c = 52 + 5 \cdot 0,1 = 52,5$  мм.

#### 4.2.2. Устройство гладкого микрометра.

Микрометр (рис.3) относится к группе микрометрических инструментов и служит для измерения наружных размеров. Он состоит из жесткой скобы 1 с запрессованной в нее неподвижной измерительной пяткой 2 и микрометрической головкой, запрессованной до посадочной поверхности стебля 3. Винтовую пару образуют микрометрическая гайка стебля 3 и микрометрический винт 5. Торцевая поверхность гладкой цилиндрической части микровинта 5 образует вторую измерительную плоскость микрометра. Вращение микрометрического винта 5 осуществляется посредством барабана, скрепленного с ним установочным колпачком 7.

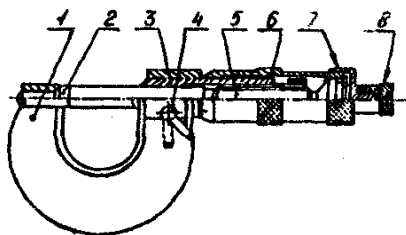


Рисунок 3 – Микрометр гладкий

Трещетка 8 соединяется с барабаном 6 при помощи ограничительной пружинной муфты, обеспечивая тем самым постоянное измерительное усилие (5-8)

Н. Стопор 4 служит для фиксации в нужном положении микровинта относительно скобы 1.

В комплект инструментов с пределами измерений свыше 25 мм входят установочные меры – цилиндры с нормированным осевым размером. Гладкие микрометры для наружных измерений выпускаются с пределами измерений 0–25, 25–50, 50–75 и т.д. до 575–600 мм.

Микрометрические инструменты имеют два отсчетных устройства. Первое отсчетное устройство состоит из шкалы с ценой деления 0,5 мм, нанесенной на стебле 1 (см. рис.4,а) указателя, которым является торец барабана 2. Второе отсчетное устройство состоит из круговой шкалы с ценой деления 0,01 мм, нанесенной на конусной поверхности барабана 2, и указателя в виде продольного штриха, нанесенного на стебле 1.

Рассмотрим кинематическую схему. Шаг микровинта 3 (рис.4,б) 0,5 мм, следовательно, одному обороту микровинта и жестко скрепленному с ним барабана соответствует линейное перемещение торца барабана на одно деление, равное 0,5 мм. Круговая шкала барабана имеет 50 делений, т.е. поворот барабана на одно деление относительно продольного штриха стебля будет соответствовать величине 0,01 мм.

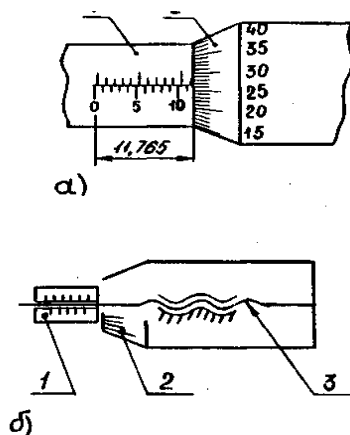


Рисунок 4 – Отсчетное устройство микрометрических инструментов:

а) отсчет, соответствующий 11,765 мм; б) кинематическая схема

Для определения размера измеряемой детали производят отсчет по двум отсчетным устройствам и суммируют их. Отсчет по микрометру (см. рис.4) будет равен  $11,5 + 0,265 = 11,765$  мм (третий десятичный знак взят на глаз).

Перед началом измерений проверяется нулевая установка микрометра. Если она сбита, установка на нуль осуществляется в следующем порядке (см.рис.3):

- устанавливают микрометр в исходное положение. Для этого у микрометров с пределами измерений 0–25 мм вращают микрометрический винт за трещетку, приводят в соприкосновение измерительные поверхности торцев микровинта 5 и пятки. У микрометров с пределами измерений 25–50 мм и более для этой операции используется специальная установочная мера;

- закрепляют микровинт 5 стопором 4;
- отворачивают установочный колпачок 7 на пол-оборота;
- барабан 6 поворачивают до совпадения нулевого штриха круговой шкалы на барабане с продольным штрихом на стебле 3;
- закрепляют барабан 6 колпачком 7;
- освобождают микровинт;

- проверяют установку микрометра на нуль и в случае несовпадения нулевого штриха на барабане с продольным штрихом на стебле повторяют операции в той же последовательности.

После установки на нуль проводят измерения. Для этого измеряемую деталь зажимают между измеряемыми поверхностями, вращая барабан за трещётку. При возникновении холостого прокручивания трещётки (при этом слышится характерный треск) микровинт зажимают стопором 4 и производят отсчёт по отсчётному устройству.

#### 4.2.3. Устройство рычажной скобы.

Общий вид и принципиальная схема устройства рычажной скобы (РС) показаны на рис.5. РС состоит из подвижной пятки 1, которая с рычагом 2 образует синусный механизм, зубчатого сектора 3, зубчатого колеса 4, стрелки 5, шкалы 6, спиральной пружины (волоска) 7, пружины 8, создающей измерительное усилие, арретира 9, установочной пятки 10, зажима 11, предохранительной крышки 12, указателей границ поля допуска 13, винта 14, перемещающего установочную пятку, предохранительного колпачка 15.

В РС при измерении подвижная пятка 1, перемещаясь, воздействует на двуплечий рычаг 2, зубчатый сектор которого поворачивает зубчатое колесо 4 и стрелку 5, неподвижно закрепленную на его оси. Спиральная пружина 7 замыкает кинематическую цепь, устраняя таким образом "мертвый ход". Арретир 9 служит для отвода подвижной пятки 1 при измерениях или настройке.

РС настраивается на размер по концевым мерам длины или образцовой детали. При настройке установочная пятка 10 перемещается винтом 14 и закрепляется зажимом 11. Винт 14 закрывается колпачком 15, который предохраняет настройку скобы от сбоя. Положение указателей 13 регулируют винтами, сняв крышку 12.

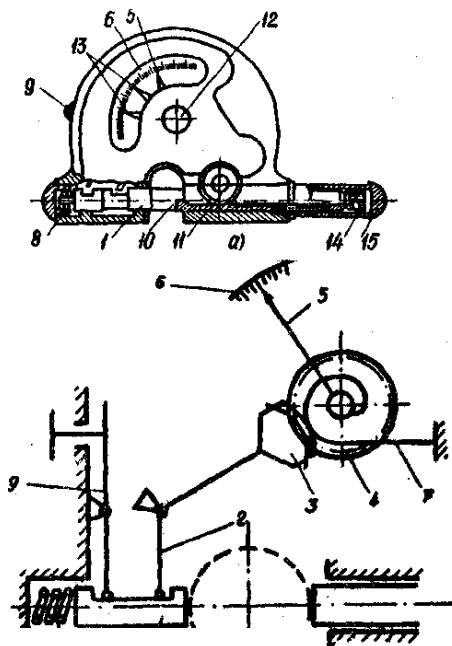


Рисунок 5 – Рычажная скоба: а) общий вид;  
б) принципиальная схема устройства

### **5 Порядок выполнения работы**

5.1. Ознакомиться с общей частью методического руководства (раздел 4) и подготовить протокол отчета (приложение А).

5.2. Получить задание у преподавателя (приложение Б).

5.3. Проверить приборы и подготовить их к измерениям.

5.4. Выполнить эскиз детали.

5.5. Определить основные метрологические характеристики используемых средств измерений и заполнить таблицу 1 приложения А.

5.6. Произвести измерения размера деталей и занести результаты в таблицу 2 приложения А.

## **6 Список рекомендуемой литературы**

6.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп. - СПб.: Питер, 2010.

6.2. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии. Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

6.3. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.: Изд-во стандартов, 1991.

## **7 Контрольные вопросы**

7.1. Что такое неравноточные измерения?

7.2. Какие факторы могут влиять на точность измерений?

7.3. Почему, измеряя один и тот же размер различными приборами, мы получаем неодинаковые величины?

7.4. Перечислите основные элементы штангенциркуля.

7.5. Из каких основных деталей и узлов состоят микрометр и рычажная скоба?

7.6. В чем отличие абсолютных и относительных измерений?

Приложение А

### Форма отчета

1. Цель работы

2. Оборудование

3. Эскиз измеряемой детали.

4. Метрологические характеристики приборов.

Таблица 1 – Метрологические характеристики приборов

Наименование прибора	Диапазон измерений	Цена деления основной шкалы	Цена деления дополнительной шкалы	Примечания
1. Штангенциркуль				
2. Микрометр гладкий				
3. Скоба рычажная				

5. Протокол результатов измерений.

(прибор \_\_\_\_\_, оператор \_\_\_\_\_).

Таблица 2 – результаты измерений

№ п/п	Размер, мм	№ п/п	Размер, мм	№ п/п	Размер, мм
1		6		11	
2		7		...	
3		8		....	
4		9		...	
5		10		...	

Таблица повторяется в зависимости от числа выборок.

Приложение Б

Индивидуальные задания

№ п/п	Оператор	Объём группы	Измерительные приборы		
			штанген-циркуль	микрометр гладкий	скоба рычажная
1	1	12	+		+
2	2	15		+	+
3	3	20	+	+	
4	4	14	+		+
5	5	18		+	+
6	6	10	+	+	



## «ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОДНОРОДНЫХ НЕРАВНОТОЧНЫХ ГРУПП ИЗМЕРЕНИЙ»

**1 Цель работы:** Определить наиболее достоверное значение измеряемой величины и произвести оценку воспроизводимости измерений.

### **2 Общие положения**

Часто возникает необходимость совместной оценки нескольких групп результатов измерений. Оценка искомого значения измеряемой величины производится при помощи весового среднего арифметического значения  $\bar{X}_p$ .

Для характеристики точности отдельных групп измерений и сопоставления их между собой вводят понятие веса результата измерений  $p$ , под которым понимают число, характеризующее степень доверия к полученному результату. Вес является вспомогательным числом, показывающим вклад данного измерения в общую оценку совокупности неравноточных измерений.

Допустим, что проводилось  $m$  серий независимых измерений постоянной величины  $Q$ . При этом каждая из  $m$  серий измерений выполнялась в различных условиях: различными приборами, различными операторами, при различных установках и т.д., что даёт основание считать измерения в различных сериях неравноточными. Возможно, что каждая серия измерений подчинена своему закону распределения со средней  $Q$  и дисперсией  $S_j^2$ . Средняя  $Q$  остаётся одинаковой для всех серий, так как мы измеряем, всё время одну и ту же величину  $Q$ , причём предполагается, что все измерения свободны от систематических ошибок.

В силу неравноточности серий дисперсия  $S_j^2$  будет меняться от серии к серии.

Дисперсия среднего арифметического  $S_{\bar{x}_j}^2$ , каждой серии равна  $S_{\bar{x}_j}^2 = \frac{S_j^2}{n_j}$ , (1)

где:  $S_j^2$  – дисперсия серии  $j$ ;  $n_j$  – объём серии  $j$ .

Вес среднего арифметического значения  $\bar{X}_j$  можно принимать равным:

$$P_j = \frac{n_j}{S_j^2} \quad (2)$$

Тогда за приближенное значение измеряемой величины  $Q$  примем

$$Q \approx \bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^N P_j \cdot \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^N P_j} \quad (3)$$

Доверительная оценка истинного значения  $Q$  измеряемой величины имеет вид:

$$|\bar{x} - Q| < t_p(k) \cdot S_{\bar{x}}, \quad (4)$$

где  $t_p(k)$  – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $P$ ;

$k$  – число степеней свободы;  $S_{\bar{x}}^2$  – эмпирическое значение дисперсии:

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n P_j (\bar{x}_j - \bar{X})^2}{(n-1) \sum_{j=1}^n P_j} \quad (5)$$

### 3 Порядок выполнения работы

3.1. Ознакомиться с общей частью методического руководства (раздел 2) и подготовить протокол отчета (приложение А).

3.2. Найти средние арифметические значения выборок:  $\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^n x_{ij},$  (6)

где  $\bar{x}_j$  – среднее арифметическое значение j-й выборки;

$n_j$  – объём выборки;  $x_{ij}$  – результат измерения;

j – индекс выборки; i – индекс замера;

3.3. Найти дисперсию в группах:  $S_j^2 = \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_j - x_{ji})^2 / (n_j - 1)$  (7)

3.4. Проверить гипотезу о постоянстве средних арифметических (однородности) с помощью критерия Фишера.

3.4.1. Рассчитать среднее арифметическое значение по всем группам:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_j}{m}, \quad (8)$$

где m – число групп.

3.4.2. Рассчитать оценку межгрупповой дисперсии:  $S_m^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m n_j (\bar{x}_j - \bar{X})^2.$  (9)

3.4.3. Определить расчетное значение коэффициента Фишера:  $F = \frac{S_m^2}{S_B^2}.$  (10)

3.4.4. Проверить неравенство  $F \leq F_{f_1, f_2, \alpha}$ , тогда различие в действительных значениях размеров незначимо.  $F_{f_1, f_2, \alpha}$  – табличное значение квантили распределения Фишера при числе степеней свободы  $f_1 = m-1$ ,  $f_2 = m(n-1)$  и уровне значимости  $\alpha$  определить по приложению Б.

3.5. Проверить гипотезу о постоянстве дисперсии (равноточности) с помощью критерия Бартлетта.

3.5.1. Для каждой группы рассчитать дисперсию:  $S_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2.$  (11)

3.5.2. Рассчитать оценку внутригрупповой дисперсии:  $S_B^2 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m S_j^2,$  (12)

3.5.3. Рассчитать значение  $\chi^2$ :  $\chi^2 = \frac{3m \cdot (n-1)^2}{3mn - 2m + 1} \left( m \cdot \ln S_B^2 - \sum_{j=1}^m \ln S_j^2 \right).$  (13)

3.5.4. Проверить неравенство  $\chi^2 \leq \chi_{f, P}^2$ , тогда различия между оценками выборочных дисперсий допустимы.  $\chi_{f, P}^2$  – табличное значение  $\chi^2$  при числе степеней свободы  $f = m-1$  и вероятности P определить по приложению В.

3.6. Определить значения "весов":  $p_1 : p_2 : \dots : p_j = \frac{n_1}{S_1^2} : \frac{n_2}{S_2^2} : \dots : \frac{n_j}{S_j^2}$  (14)

3.7. Определить весовое среднее арифметическое – оценку истинного значения измеряемой величины:

$$\bar{X}_p = \frac{\sum_{j=1}^m p_j \cdot \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^m p_j} \quad (15)$$

3.8. Найти эмпирическую дисперсию  $(S_j)^2$  средних арифметических j-тых групп:

$$(S_{\bar{x}})^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (p_j (\bar{x}_j - \overline{X_p})^2) \quad (16)$$

3.9. Определить среднеквадратическую погрешность весового среднего арифметического значения:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{(S_{\bar{x}})^2}{\sum_{j=1}^k P_j}} \quad (17)$$

3.10. Найти доверительную погрешность весового среднего арифметического:

$$\Delta = \pm t_p(k) \cdot S_{\bar{x}} \quad (18)$$

где  $t_p$  – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $P$  (приложение Г);

$$k - \text{число степеней свободы: } k = m \cdot (n_{\min} - 1) \quad (19)$$

где  $n_{\min}$  – объем наименьшей группы.

#### **4 Список рекомендуемой литературы**

4.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп. – СПб.: Питер, 2010.

4.2. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.:Изд-во стандартов, 1991.

4.3. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии и стандартизации. – Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

#### **5 Контрольные вопросы**

5.1. Какие требования должны выполняться для обеспечения возможности совместной обработки групп результатов измерений?

5.2. Какие результаты измерений можно рассматривать как однородные?

5.3. Какая характеристика отражает точность результатов измерений?

5.4. Что характеризует статистический вес?

5.5. Какими критериями можно проверить: а) однородность групп результатов измерений; б) их равноточность?

5.6. Что такое неравноточные измерения?

5.7. В чем особенности расчета среднего весового?

5.8. Приведите алгоритм расчета результата однородных неравноточных групп измерений.

Приложение А

#### **Форма отчета**

1. Цель работы

2. Расчёт средних арифметических, дисперсий в группах и весов.

Таблица 3 – Результаты статистической обработки групп измерений

№ выборки $j$	Объём выборки $n_j$	Среднее арифметическое $\bar{x}_j$	Дисперсия $S^2_j$	«Вес» $p_j$

3. Проверка гипотезы о постоянстве средних арифметических значений групп. Вывод.

4. Проверка гипотезы о постоянстве дисперсии по группам. Вывод.

5. Расчёт общих параметров и оценка точности определения размера:  $\overline{X_p}, (S_{\bar{x}})^2, \Delta$ .

6. Выводы:

6.1. О том, какая выборка наиболее точна.

6.2. О величине погрешности измерений.

6.3. О предполагаемом качестве размера детали.

Приложение Б

Значения верхних 5%-ных точек распределения Фишера  $F_{0,05}$

$f_1$	Число степеней свободы, $f_2$									
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	$\infty$
3	3,71	3,29	3,10	2,99	2,92	2,87	2,84	2,81	2,79	2,60
4	3,48	3,06	2,87	2,76	2,69	2,64	2,61	2,58	2,56	2,37
6	3,22	2,79	2,60	2,49	2,42	2,37	2,34	2,31	2,29	2,09
8	3,07	2,64	2,45	2,34	2,27	2,22	2,18	2,15	2,13	1,94
12	2,91	2,48	2,28	2,16	2,09	2,04	2,00	1,97	1,95	1,75
16	2,83	2,38	2,18	2,07	1,99	1,94	1,90	1,87	1,85	1,64
50	2,64	2,18	1,97	1,84	1,76	1,70	1,66	1,63	1,60	1,35
$\infty$	2,54	2,07	1,84	1,71	1,62	1,57	1,51	1,48	1,44	1,00

Приложение В

Значения, удовлетворяющие условию  $P(\chi^2 > \chi_{\alpha}^2) = 1 - P$

k	Доверительная вероятность P					
	0,800	0,900	0,950	0,985	0,990	0,995
1	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	3,22	4,61	5,98	7,38	9,21	10,60
3	4,64	6,25	7,81	9,35	11,30	12,80
4	5,99	7,78	9,49	11,10	13,30	14,90
5	7,29	9,24	11,10	12,80	15,10	16,70
6	8,56	10,60	12,60	14,40	16,80	18,50
7	9,80	12,00	14,10	16,00	18,50	20,30
8	11,00	13,40	15,50	17,50	20,10	22,00
9	12,20	14,70	16,90	19,00	21,70	23,60
10	13,40	16,00	18,30	20,50	23,20	25,20
11	14,60	17,30	19,70	21,90	24,70	26,80
12	15,80	18,50	21,00	23,30	26,20	28,30
13	17,00	19,80	22,40	24,70	27,70	29,80
14	18,20	21,10	23,70	26,10	29,10	31,30
15	19,30	22,30	25,00	27,50	30,60	32,80

Значения процентных пределов  $t$  в зависимости от  $k$  степеней свободы и вероятности для распределения Стьюдента

$\begin{matrix} p \\ k \end{matrix}$	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995
5	2,015	2,571	3,163	3,365	4,032	4,773
6	1,943	2,447	2,969	3,143	3,707	4,317
7	1,895	2,365	2,841	2,998	3,499	4,029
8	1,86	2,306	2,752	2,896	3,355	3,833
9	1,833	2,262	2,685	2,821	3,25	3,69
10	1,812	2,228	2,634	2,764	3,169	3,581
12	1,782	2,179	2,56	2,681	3,055	3,428
14	1,761	2,145	2,51	2,624	2,977	3,326
16	1,746	2,12	2,473	2,583	2,921	3,252
18	1,734	2,101	2,445	2,552	2,878	3,193
20	1,725	2,086	2,423	2,528	2,845	3,153
22	1,717	2,074	2,405	2,508	2,819	3,119
24	1,711	2,064	2,391	2,492	2,797	3,092
26	1,706	2,056	2,379	2,479	2,779	3,067
28	1,701	2,048	2,369	2,467	2,763	3,047
30	1,697	2,042	2,36	2,457	2,75	3,03
$\infty$	1,645	1,96	2,241	2,326	2,576	2,807

## **«ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОИНДУКТИВНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ»**

**1. Цель работы:** изучить принцип действия, конструкцию и схемы включения индуктивного датчика линейных перемещений, ознакомиться с техническими характеристиками и провести метрологические исследования электроиндуктивной измерительной системы.

### **2. Оборудование**

2.1. Электроиндуктивная измерительная система модели БВ-4100.

2.2. Набор плоскопараллельных концевых мер длины.

2.3. Стойка С-1.

### **3. Общие положения**

3.1. Принцип действия и виды индуктивных преобразователей.

К приборам с индуктивными датчиками относят измерительные средства с электрическим преобразованием, в которых линейные или угловые перемещения вызывают изменение индуктивности электрической цепи. Индуктивным датчиком называют устройство для преобразования механических перемещений в электрический сигнал, представляющее собой одну или несколько катушек индуктивности с магнитопроводом и подвижным якорем, который при изменении линейного или углового размера перемещается и изменяет индуктивность катушки.

Схема индуктивного датчика – первичного преобразователя – состоит из катушек индуктивности, т.е. проводника, свёрнутого в спираль, магнитопровода, состоящего из сердечника (постоянной части) и якоря, который при изменении размера смещается относительно катушки и тем самым изменяет магнитную проницаемость (сопротивление) сердечника, и, следовательно, изменяет индуктивность катушки.

Существует две группы преобразователей: с изменяющейся индуктивностью (рис. 1,а, б) и с изменяющимся активным сопротивлением (рис. 1,в). Индуктивный преобразователь (см. рис. 1,а) состоит из П-образного магнитопровода 1, на котором размещена катушка 2, и подвижного якоря 3. При перемещении якоря изменяется длина воздушного зазора и, следовательно, магнитное сопротивление, что вызывает изменение индуктивности дросселя. На рис. 1,б показан плунжерный преобразователь, представляющий собой катушку 1, из которой может выдвигаться ферромагнитный сердечник 2 (плунжер). При среднем положении плунжера индуктивность максимальна.

В индуктивном преобразователе второй группы (см. рис. 1,в) в зазор магнитной цепи 1 вводится пластинка 2 с высокой электропроводностью, в которой находятся вихревые токи, приводящие к увеличению потерь активной мощности катушки 3, что эквивалентно увеличению активного сопротивления катушки 3.

Индуктивные преобразователи бывают недифференциальными и дифференциальными. Дифференциальные преобразователи состоят из двух одинаковых одинарных преобразователей, имеющих общий якорь (рис. 2). При перемещении якоря одна индуктивность  $L_1$  возрастает, другая  $L_2$  – уменьшается. При дифференциальных схемах измерения многие влияющие факторы, например, питание сети, одновременно воздействуют на две катушки и поэтому практически не влияют на значения измеряемого параметра. К тому же увеличивается *линейный* участок характеристики преобразователя, что расширяет пределы измерений. В практике индуктивные преобразователи всегда выполняются дифференциальными.

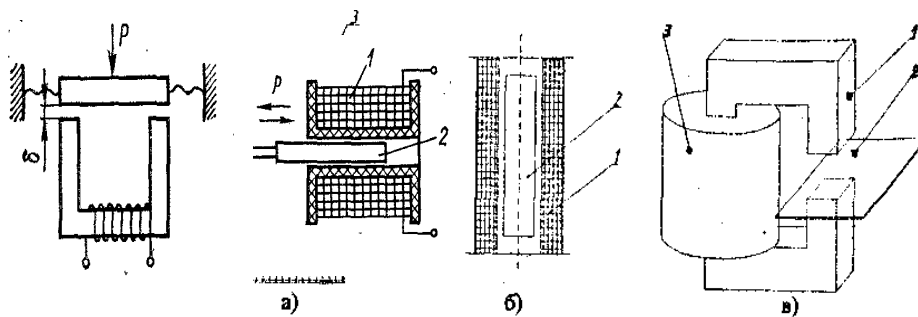


Рисунок 1

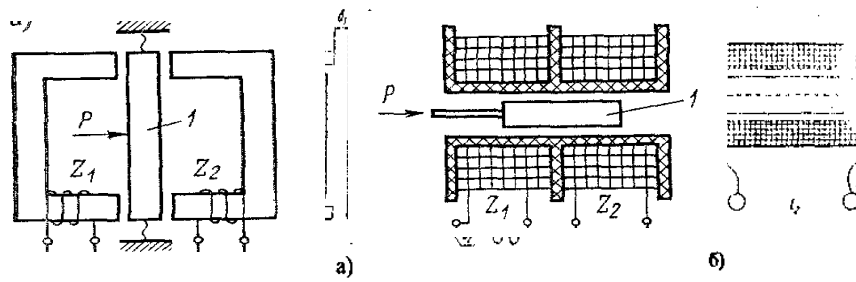


Рисунок 2

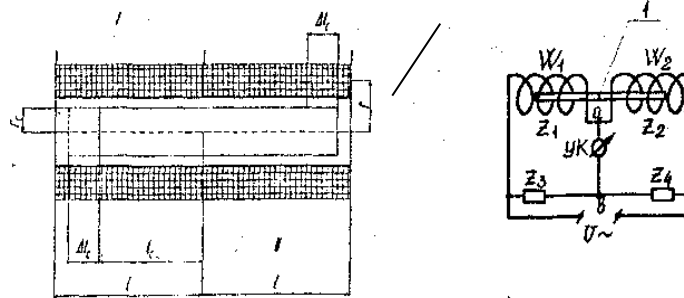


Рисунок 3

Рисунок 4

Индуктивность зависит от изменения параметров зазора:

$$L = \frac{W^2}{\sum_{i=1}^N \frac{l_{on}}{m_o \times S_{on}} + \sum_{k=1}^k \frac{l_k}{m_k \times S_k}},$$

(1)

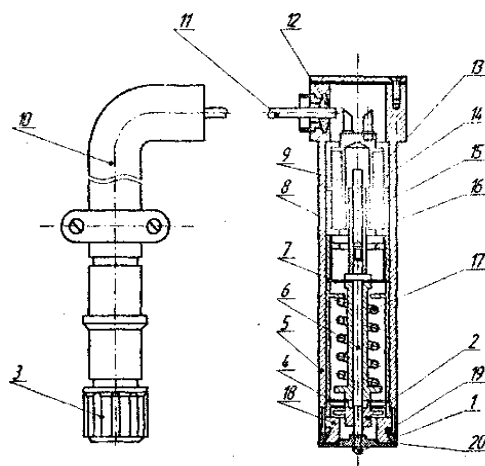


Рисунок 5 – Индуктивный преобразователь БВ – 4100

где  $W$  – число витков катушки;  
 $l_{on}, S_{on}$  – длина и площадь  $n$ -го ферромагнитного участка магнитной цепи;  $l_k, S_k$  – длина и площадь  $k$ -го ферромагнитного участка магнитной цепи,  
 $m_0, m_k$  – магнитная проницаемость соответственно воздуха и материала  $k$ -го участка магнитной цепи;  
 $n$  – число воздушных участков магнитной цепи;  
 $k$  – число ферромагнитных участков магнитной цепи.

Индуктивные преобразователи, работающие по принципу изменения зазора, используются для малых перемещений (от долей микрометра до 50 – 100 мкм), а работающие по принципу изменения площади – для перемещений от 0,5 до 100 мм.

3.2. Основные метрологические характеристики индуктивных преобразователей и схемы включения.

Чувствительность – это отношение изменения выходной величины измерительного преобразователя к вызвавшему его изменению входной величины. Для индуктивного преобразователя с подвижным ферромагнитным сердечником относительная чувствительность, т.е. относительное изменение индуктивности:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta l_c}{l_c} \times \frac{1}{1 + \left( \frac{l}{l_c} \right) \times \left( \frac{r^2}{r_c^2} \right) \times \left( \frac{1}{(m_m - 1)} \right)}, \quad (2)$$

где  $l_c$  – длина сердечника (рис. 3);  
 $l$  – длина катушки;  
 $r$  – радиус катушки;  
 $r_c$  – радиус ферромагнитного плунжера;  
 $m_m$  – "эффективная" относительная магнитная проницаемость подвижного сердечника.

Наиболее распространенной измерительной цепью является неравновесный измерительный мост, в два плеча которого включены две половины дифференциального преобразователя (рис. 4). Две идентичные по параметрам катушки с числом витков  $W_1$  и  $W_2$  имеют общий стальной сердечник 1, симметрично расположенный внутри катушек. Индуктивные сопротивления катушек  $W_1$ , и  $W_2$  равны, и равны их комплексные сопротивления  $Z_1$ , и  $Z_2$ . При включении этих катушек в качестве плеч мостовой схемы, в которой  $Z_3 = Z_4$  – постоянные



комплексные сопротивления, напряжение между точками "а" и "б" измерительной диагонали моста будет равно нулю.

При смещении сердечника 1 на величину измеряемого перемещения  $X$  вправо индуктивное сопротивление катушки  $W_1$ , уменьшается, а катушки  $W_2$  - возрастает, что приводит к разбалансу мостовой измерительной схемы и появлению тока  $i$  в измерительной диагонали моста "аб". Ток указателя определяется выражением:

$$I_{\text{ук}} = k_1 \times (Z_1 - Z_2) \quad (3)$$

где  $Z_1, Z_2$  – комплексные сопротивления катушек  $W_1=W_2$  дифференциального индуктивного преобразователя;

$k_1$  – коэффициент, зависящий от величины комплексных сопротивлений  $Z_3$  и  $Z_4$  двух других плеч мостовой схемы и от внутреннего сопротивления указателя.

В дифференциальном индуктивном преобразователе (рис. 4) катушка II приобретает приращение, идентичное приращению катушки I, но противоположного знака.

Мостовая схема включения позволяет преобразовать изменение индуктивностей I и II катушек  $I_1 - I_2 = 2\Delta L$  в электрическое напряжение. Соответствующее конструктивное исполнение позволяет получить линейную зависимость напряжения от перемещения якоря в пределах до 80% от длины катушки. Благодаря тому, что от величины линейного участка зависит диапазон измерений преобразователем, можно расширить его пределы измерений.

Точность преобразователя или прибора в первую очередь, определяется абсолютной, погрешностью. Абсолютная погрешность в данной точке диапазона измерений равна:

$$\Delta x = x_n - x_s \quad (4)$$

где  $x_n$  – показания прибора;

$x_s$  – истинное значение измеряемой величины, в качестве которого принимают значение, полученное измерением более точным – эталонным прибором.

3.3. Устройство индуктивного преобразователя электроиндуктивной измерительной системы модели БВ-4100 представлено на рис. 5.

Преобразователь включает в себя магнитопровод и механизм подвески (рис. 5). Магнитопровод состоит из двух катушек 8 и 9, помещенных в экран 14 и 16, который выполнен в виде двух гильз из электротехнической стали.

Механизм подвески представляет собой якорь 6 с измерительным наконечником 1, подвешенным к корпусу 5 на двух дисковых пружинах 4 и 7. Якорь 6 выполнен в виде стержня, к торцу которого обоймой 15 крепится сердечник 13. Измерительное усилие создаётся пружиной 17. Крепятся узлы и детали внутри корпуса гайками 2 и 18. Со стороны измерительного наконечника корпус уплотнён кольцом 19, гофрированной мембраной 20 из эластичной резины. Герметизация кабельного ввода обеспечивается резиновыми пробками 12. К электронной системе преобразователь присоединяется кабельной вилкой 3, установленной на конце экранированного кабеля 11. Во избежание механического повреждения кабель заключён в поливинилхлоридную трубку 10.

В индуктивном преобразователе измерительной системы применены дифференциальная схема включения катушек индуктивности и подвижный ферромагнитный сердечник плунжерного типа. При нейтральном положении дисковых пружин 4 и 7 (рис. 5) обеспечивается симметричность сердечника 6 относительно измерительных обмоток 8 и 9. Смещение сердечника от нейтрального (балансного) положения, вызванное изменением контролируемого параметра, перераспределяет активные площади магнитной системы и изменяет степень связи между обмотками. В результате этого изменяются индуктивность катушек, индуктивное сопротивление и, следовательно, параметры выходного сигнала преобразователя.

#### 4. Порядок выполнения работы

4.1. Ознакомиться с общими положениями методических указаний.

4.2. Оформить титульный лист отчёта.

4.3. Оформить отчёт (приложение А).

4.4. Провести метрологические исследования электроиндуктивной измерительной системы с целью определения погрешностей системы при различных значениях цены деления.

4.4.1. Определить задаваемые измерительному стержню преобразователя перемещения через каждые 5 делений шкалы показывающего прибора. Заполнить столбец 2 табл. 1 (приложение А).

4.4.2. Подобрать пары блоков плоскопараллельных концевых мер длины так, чтобы разности их номинальных размеров соответствовали перемещению измерительного стержня преобразователя в поверяемые точки шкалы  $A_i$ . Заполнить столбец 3 табл. 1 (приложение А).

4.4.3. Устанавливая последовательно блоки концевых мер под измерительный наконечник преобразователя, снять показания  $X_i$  по отчётному устройству и занести их в столбец 4 табл. 1 (приложения А).

4.4.4. Рассчитать погрешность показаний  $\Delta x_i = x_i - A_i$ , в каждой поверяемой точке шкалы  $A_i$ , как разность значений столбцов 4 и 2 табл. 1. Заполнить столбец 5 табл. 1 (приложение А).

4.5. Обработать результаты эксперимента.

4.5.1. Рассчитать среднее арифметическое значение погрешности измерений по формуле:

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta x_i \quad (5)$$

где  $N$  - число контролируемых точек шкалы.

4.5.2. Рассчитать среднеквадратическое отклонение погрешности измерений по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta x_i - \Delta \bar{x})^2}{N-1}} \quad (6)$$

4.5.3. Определить границы доверительного интервала для средней квадратической погрешности, используя распределение  $\chi^2$ :

$$\text{нижнюю} \quad \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{\chi_H^2}} \times \sigma_x \quad (7)$$

$$\text{верхнюю} \quad \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{\chi_B^2}} \times \sigma_x \quad (8)$$

здесь  $\chi_H^2$  – значение критерия  $\chi^2$  для вероятности  $P_H = \frac{(1-P)}{2}$ ;

$\chi_B^2$  – значение критерия  $\chi^2$  для вероятности  $P_B = \frac{(1+P)}{2}$ .

Вероятность  $P$  задаётся преподавателем. Значение  $\chi^2$  определяется по приложению Б.

Полученные данные занести в табл. 2 (приложение А) отчёта.

Форма отчета

1. Цель работы
2. Оборудование
3. Определение погрешности показаний

Таблица 1 – Результаты измерений

Цена деления шкалы, мм	Контролируемые точки шкалы, $A_i$ , мкм	Размеры концевых мер, мм	Показания отчётного устройства $x_i$ , мкм	Погрешность показаний $\Delta x_i = x_i - A_i$ , мкм
0,001				
0,005				

## 4. Расчет погрешности измерительной системы

Цена деления шкалы, мм	Среднее арифметическое значение $\bar{\Delta x}$ , мкм	Среднее квадратическое отклонение $\sigma_x$ , мкм	Границы доверительного интервала для $\sigma_x$ , мкм	
			нижняя	верхняя
0,001				
0,005				

Приложение Б

Значения q-процентных точек для  $\chi^2$ -распределения

Число степеней свободы $k=n-1$	Уровень значимости q, %							
	99	98	95	90	5	2	1	0,5
1	0,00016	0,00063	0,00393	0,01579	3,841	5,412	6,635	7,879
2	0,0201	0,0404	0,1026	0,2107	5,991	7,824	9,21	10,6
3	0,1148	0,185	0,3518	0,5844	7,815	9,837	11,34	12,84
4	0,2971	0,429	0,7107	1,064	9,488	11,668	13,28	14,86
5	0,5543	0,752	1,145	1,61	11,07	13,388	15,09	16,75
6	0,8721	1,134	1,635	2,024	12,59	15,033	16,81	18,55
7	1,239	1,564	2,167	2,833	14,07	16,622	18,48	20,28
8	1,646	2,032	2,733	3,49	15,51	18,168	20,09	21,96
9	2,088	2,532	3,325	4,168	16,92	19,679	21,67	23,59
10	2,558	3,059	3,94	4,865	18,31	21,161	23,21	25,19
11	3,053	3,609	4,575	5,578	19,68	22,618	24,72	26,76
12	3,571	4,178	5,226	6,304	21,03	24,054	26,22	28,3
13	4,107	4,765	5,892	7,041	22,36	25,472	27,69	29,82
14	4,66	5,368	6,571	7,79	23,68	26,873	29,14	31,32
15	5,229	5,985	7,261	8,547	24,996	28,259	30,58	32,8
16	5,812	6,614	7,962	9,312	26,296	29,633	32,00	34,27
17	6,408	7,255	8,672	10,09	27,587	30,995	33,41	35,72
18	7,015	7,906	9,39	10,86	28,869	32,346	34,81	37,16
19	7,633	8,567	10,12	11,65	30,144	33,687	36,19	38,58
20	8,26	9,237	10,85	12,44	31,41	35,020	37,57	40

## «ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛАССА ТОЧНОСТИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ»

**1. Цель работы:** получить навыки определения основной погрешности и класса точности средства измерений.

### **2. Общие положения**

Точность средства измерений может определяться абсолютной, относительной или приведённой погрешностью. Абсолютная погрешность в данной точке диапазона измерений равна

$$\Delta x = x_n - x_{\text{э}} = \pm a, \quad (1)$$

где  $x_n$  – показания средства измерений;

$x_{\text{э}}$  – истинное значение измеряемой величины (в качестве истинного значения принимают значение, полученное измерением более точным, эталонным прибором).

Относительная погрешность равна отношению абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины и обычно выражается в процентах:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \text{ или } \delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% = \pm q, \quad (2)$$

где  $x$  – действительное или измеренное значение величины.

Приведённая погрешность прибора  $\gamma$  также выражается в процентах и равна отношению абсолютной погрешности к нормирующему значению  $X_N$ , которое принимается равным верхнему пределу измерений (если нулевая отметка находится на краю или вне шкалы) или диапазону измерений (если нулевая отметка находится внутри диапазона измерений):

$$\gamma = \frac{\Delta x}{X_N} \cdot 100\% = \pm p, \quad (3)$$

По допускаемому значению основной погрешности устанавливается класс средства измерений. Класс точности средств измерений – это обобщённая характеристика данного типа средств измерений, как правило, отражающая уровень их точности, выражаемая пределами допускаемых основной и дополнительных погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность. Класс точности может быть представлен в форме:

- абсолютной погрешности, если в данной области измерений принято выражать погрешность в единицах измеряемой величины или в делениях шкалы. Например, для мер массы или длины;

- относительной погрешности, если погрешности нельзя полагать постоянными в пределах диапазона измерений;

- приведённой погрешности, если границы погрешностей можно полагать практически неизменными в пределах диапазона измерений.

Если класс точности представлен в виде абсолютной погрешности с практически неизменными границами вида  $\pm a$  (1), где  $a = \text{const}$ , то он обозначается заглавными буквами латинского алфавита или римскими цифрами. При этом должна быть приведена таблица соответствия обозначения значению погрешности. Чем больше цифра или дальше от начала алфавита буква, тем большее значение погрешности они обозначают.

Класс точности обозначается числом в кружке, например,  $\textcircled{1,5}$ , если он установлен по относительной погрешности с постоянными границами  $\pm q, \%$ , (2).

Класс точности обозначается двумя числами через косую черту, например 0,03/0,02, если он установлен по относительной погрешности, определённой по

линейно изменяющейся абсолютной погрешности. Абсолютная погрешность имеет вид:

$$\Delta x = \pm (a + b \cdot x), \quad (4)$$

где  $a, b$  – постоянные коэффициенты.

Тогда относительная погрешность:

$$\delta_n = \frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{a + b \cdot x}{x} = \pm \left( b + \frac{a}{x} \right) = \pm \left[ \left( b + \frac{a}{|X_k|} \right) - \frac{a}{|X_k|} + \frac{a}{x} \right] = \pm \left[ \left( b + \frac{a}{|X_k|} \right) + \frac{a}{|X_k|} \left( \frac{|X_k|}{x} - 1 \right) \right] = \pm \left[ c + d \left( \frac{|X_k|}{x} - 1 \right) \right], \quad (5)$$

где  $c = b + d$ ;  $d = \frac{a}{|X_k|}$ ;

$X_k$  – больший (по модулю) из пределов измерений.

Класс точности обозначается числом без символов, если определён по приведённой погрешности  $\pm r, \%$ , (3).

1,5

Класс точности обозначается с символом  $\nabla$ , например  $\nabla 1,5$ , если шкала средства измерений нелинейная (гиперболическая, логарифмическая и т.д.), и за нормирующее значение  $X_N$  принимается длина шкалы.

С целью ограничения номенклатуры средств измерений по точности число устанавливаемых классов точности для конкретных групп средств измерений ограничивается, а расчётные величины  $q, c, d, r$  округляются до значения, ближайшего большего по ряду:  $1 \cdot 10^n$ ;  $1,5 \cdot 10^n$ ;  $(1,6 \cdot 10^n)$ ;  $2 \cdot 10^n$ ;  $2,5 \cdot 10^n$ ;  $(3 \cdot 10^n)$ ;  $4 \cdot 10^n$ ;  $5 \cdot 10^n$ ;  $6 \cdot 10^n$ , где  $n=1; 0; -1; -2$  и т.д. Погрешность округления не должна превышать 5%. Значения стандартного ряда, заключенные в скобки, не рекомендованы для первоочередного применения.

### 3. Порядок выполнения работы

3.1. Ознакомиться с общими положениями методических указаний.

3.2. Оформить титульный лист отчёта.

3.3. Оформить отчёт (приложение А).

3.4. По результатам метрологических исследований электроиндуктивной измерительной системы определить нормируемые погрешности системы в абсолютной, относительной и приведенной формах выражения.

3.4.1. Определить значения параметров  $a$  и  $b$  в математической модели зависимости абсолютной погрешности от измеряемой величины  $x$ . Для этого:

- заполнить таблицу 1 приложения А;
- рассчитать параметры  $a$  и  $b$  по формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta x_i \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N (\Delta x_i \cdot x_i)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (6)$$

$$b = \frac{N \sum_{j=1}^N (x_i \cdot x_i \Delta x_i) - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N \Delta x_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}, \quad (7)$$

где  $\Delta x_i$  – погрешность показаний  $x_i$  отсчетного устройства средства измерений в контролируемых точках шкалы.

3.4.2. Рассчитать наибольшую абсолютную погрешность по зависимости (4) при значении  $x = x_{\max} = X_k$ ,

$$\Delta x_{\max} = \pm (a + b \cdot x_{\max}) \quad (8)$$

3.4.3. Сравнить абсолютную погрешность прибора с погрешностями, приведёнными в технических характеристиках прибора:

по шкале с ценой деления 0,001 мм – 0,008 мм; по шкале с ценой деления 0,005 мм – 0,030 мм.

3.4.4. Рассчитать приведённую погрешность (3) по наибольшей абсолютной погрешности:

$$\gamma = \frac{\Delta x_{\max}}{X_N} \cdot 100\%, \quad (9)$$

где  $X_N$  – диапазон измерений по шкале.

3.4.5. Представить относительную погрешность в виде (5). Для чего определить значения параметров  $c$  и  $d$ :  $d = \frac{a}{|X_k|}$ ; (10)

$$c = b + d. \quad (11)$$

3.5. Определить класс точности измерительной системы.

3.5.1. Класс точности равен максимально допускаемому значению основной приведённой погрешности. Ее значение округлить до ближайшего большего значения по стандартному ряду  $1 \cdot 10^n$ ;  $1,5 \cdot 10^n$ ;  $(1,6 \cdot 10^n)$ ;  $2 \cdot 10^n$ ;  $2,5 \cdot 10^n$ ;  $(3 \cdot 10^n)$ ;  $4 \cdot 10^n$ ;  $5 \cdot 10^n$ ;  $6 \cdot 10^n$ , где  $n=1; 0; -1; -2$  и т.д.

3.5.2. Класс точности по относительной погрешности выразить коэффициентами  $c$  и  $d$  в виде:  $c/d$ . При этом значения коэффициентов округлить до ближайших больших значений по ряду, приведенному в п. 3.5.1. Полученные значения занести в табл. 2 (приложение А).

#### **4 Список рекомендуемой литературы**

4.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп. - СПб.: Питер, 2010.

4.2. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.: Изд-во стандартов, 1991.

4.3. Димитров В.П., Кошлякова И.Г., Хлебунов А.Ф. Метрология. Вопросы и ответы. Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2003.

4.4. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии и стандартизации. – Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

#### **5. Вопросы для самопроверки**

5.1. Перечислите нормированные метрологические характеристики средств измерений.

5.2. Как определяются абсолютная, относительная и приведённая погрешности и класс точности измерительных приборов?

5.3. Что характеризует класс точности средства измерений?

5.4. При каких условиях класс точности определяется по погрешности: а) абсолютной; б) относительной; в) приведенной?

5.5. Как обозначается класс точности, установленный по погрешности: а) абсолютной; б) относительной; в) приведенной?

5.6. Как устанавливается числовое значение класса точности?

5.7. Как устанавливается и обозначается класс точности при линейно изменяющейся абсолютной погрешности?

Приложение А

Форма отчета

1. Цель работы.

2. Определение класса точности измерительной системы

Таблица 1 – Расчет параметров математической модели абсолютной погрешности

Цена деления шкалы, мм	Номера контролируемых точек i	Показания отсчетного устройства $x_i$ , мкм	$x_i^2$ , мкм <sup>2</sup>	Погрешность показаний $\Delta x_i$ , мкм	$\Delta x_i \cdot x_i$	Параметры модели	
						a	b
0,001							
Суммы	N=						
0,005							
Суммы	N=						

Таблица 2 – Метрологические характеристики измерительной системы

Цена деления шкалы, мм	Предел измерений по шкале $x_{\max}$ , мкм	Абсолютная погрешность $\Delta x_{\max}$ , мкм	Предельно допустимая погрешность, мкм	Диапазон измерений по шкале $X_N$ , мкм	Приведенная погрешность $\gamma$ , %	Класс точности по погрешности	
						Приведенной	Относительной
0,001							
0,005							

## **«ВЫБОР СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ И ОЦЕНКА КАЧЕСТВА МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ»**

1 **Цель работы:** Освоить методику выбора средств и методов измерений геометрических параметров деталей.

2 **Объект измерений:** Деталь, эскиз которой показан на рис. 1 приложения Б, является телом вращения, наружная и внутренняя поверхности которого скомбинированы цилиндрическими и коническими формами. Контроль размеров этих поверхностей и их взаимного расположения не требует специальных средств измерений (СИ) и может быть выполнен универсальными СИ.

3 **Оборудование:** СИ, необходимые для контроля указанных размеров, выбираются из приложения Г после расчёта допустимой погрешности измерения.

### **4 Общие положения**

#### **4.1 Выбор СИ**

Качество измерений зависит от правильного выбора СИ. При этом учитывают измеряемую величину, метод, условия проведения и допускаемую погрешность измерений, диапазон измерений, характеристики погрешностей, стоимость СИ, простоту их эксплуатации, причём первоочередное внимание уделяется точности СИ, как фактору, наиболее существенно влияющему на результат измерения.

При выборе СИ по точности необходимо учитывать долю допустимой погрешности измерений, приходящуюся на погрешность используемых СИ.

Составляющими погрешности результата, помимо погрешностей СИ, могут быть погрешности, вносимые методом, оператором, действием влияющих величин:

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta_m + \Delta_{СИ} + \Delta_{усл} + \Delta_o \leq \Delta_{\partial}, \quad (1)$$

где  $\Delta_{\Sigma}$  - суммарная погрешность измерения,

$\Delta_m$  - предельная погрешность метода измерений,

$\Delta_{СИ}$  - предельная погрешность используемых средств измерений,

$\Delta_{усл}$  - предельная погрешность, обусловленная влиянием внешних

факторов,

$\Delta_o$  - предельная погрешность оператора,

$\Delta_{\partial}$  - допускаемая погрешность измерения.

Метод измерений – это способ решения измерительной задачи. Погрешность метода измерения  $\Delta_m$  обусловлена несовершенством выбранного метода, например, неправильно выбранной схемой базирования изделия, неправильно выбранной последовательностью измерений, погрешностью применяемой схемы измерения и т.д.

Под погрешностью средств измерений  $\Delta_{СИ}$  подразумевают собственную погрешность этого технического средства.

Измерению всегда сопутствуют внешние факторы, которые могут оказывать влияние на найденное при измерении значение физической величины. Они обуславливают появление составляющей  $\Delta_{усл}$ .

Погрешность  $\Delta_o$  обусловлена индивидуальными способностями оператора, его качеством работы при округлении и снятии отсчётов.

Зная, какая доля допустимой погрешности измерений приходится на погрешность СИ, можно определить его необходимую точность. В случае, если погрешностями метода и оператора можно пренебречь, то максимально допустимая погрешность СИ будет равна предельной погрешности измерений.



Однако, учитывая, что под воздействием влияющих величин в нормальных условиях погрешность СИ может изменяться на 35%, целесообразно СИ выбирать с погрешностью:

$$\Delta_{\text{СИ}} = \Delta\delta - 0,35\Delta\delta = 0,65\Delta\delta \quad (2)$$

#### 4.2 Оценка качества метода измерений

Погрешность измерений непосредственно оказывает влияние на результаты разбраковки в партии деталей. Если бы контроль осуществлялся абсолютно точными средствами измерений, все изделия, находящиеся в поле допуска, были бы признаны годными, а те изделия, у которых измеряемый параметр превышает допуск, были бы признаны негодными. Из-за существования погрешности измерений, при контроле часть негодных изделий будет признана годными (брак контроля 2-го рода  $m$ ), а часть годных изделий – негодными (брак контроля 1-го рода  $n$ ). Исследованиями установлено, что на брак контроля влияет рассеяние действительных значений контролируемого параметра изготавливаемых изделий (технологическое рассеяние), установленный допуск на контролируемый параметр, вид законов распределения как погрешностей, так и технологического рассеяния (рис. 1).

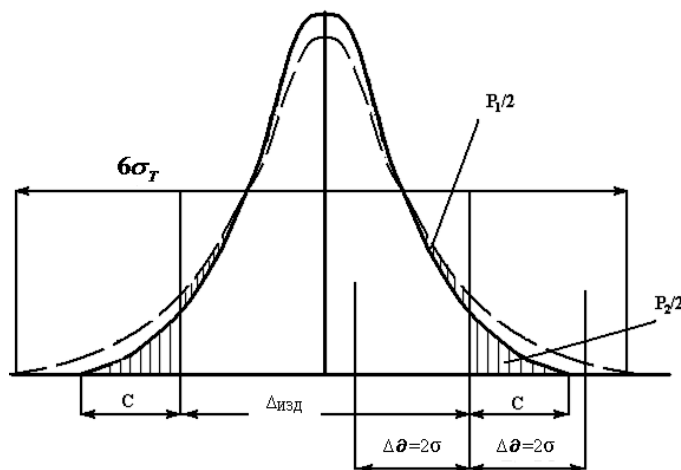


Рисунок 1 – Вероятность брака контроля 1-го ( $P_1$ ) и 2-го ( $P_2$ ) рода:

$\Delta_{\text{изд}}$  - нормируемый допуск на контролируемый параметр изготавливаемого изделия,

$\Delta\delta$  - предельная погрешность измерения,

$\sigma$  - среднее квадратичное отклонение погрешности измерения,

$c$  - вероятностный выход размера контролируемого параметра за границу поля допуска у неправильно принятых изделий,

$\sigma_T$  - среднее квадратическое отклонение рассеяния действительных значений контролируемого параметра.

Выбор СИ линейных размеров по точностным параметрам для осуществления приёмочного контроля может быть выполнен по ГОСТ 8.051-81 «Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм» и РД 50-98-86, методическими указаниями «Выбор универсальных средств измерений линейных размеров до 500 мм». Использование методических указаний избавляет от необходимости рассчитывать самостоятельно суммарную погрешность по выявленным её составляющим для случаев измерения универсальными СИ наружных и внутренних линейных размеров деталей, глубин, биений.

#### 5. Порядок выполнения работы

5.1 Ознакомиться с общими положениями по выбору универсальных СИ.

5.2 Определить значения предельных отклонений размеров /7.5/, /7.6/ и занести их в таблицу 1 приложения А.

5.3 Рассчитать допуски на контролируемые размеры и занести их в таблицу 1 приложения А.

5.4 Проанализировать требования к точности параметров детали и установить допустимые погрешности измерения каждого параметра (приложение В), занести их в таблицу 1 приложения А.

5.5 Оценить предельно допустимую погрешность каждого измерительного средства для контроля проверяемых размеров детали  $\Delta_{си} = 0,65\Delta\delta$  и занести в таблицу 1 приложения А.

5.6 Выбрать комплекс измерительных средств для контроля заданных параметров детали в соответствии с приложением Г.

5.7 Определить количество неправильно принятых (m) и неправильно забракованных (n) при контроле деталей по каждому параметру при условии измерений выбранным СИ. Заполнить таблицу 2 приложения А.

## 6. Пример

Требуется проконтролировать наружный диаметр детали  $\varnothing 30h5$ .

6.1 Определяем значения предельных отклонений /7.5/, /7.6/:  $\varnothing 30h5(-0,009)$ .

6.2 Рассчитываем допуск на контролируемый размер:

$$\Delta_{изд} = es - ei = 0 - (-0,009) = 0,009 \text{ мм},$$

где  $es$  и  $ei$  - соответственно верхнее и нижнее предельные отклонения.

6.3 Устанавливаем по приложению В допустимую погрешность измерений: для интервала номинальных размеров св.18 до 30 и IT5 допустимая погрешность измерений  $\Delta\delta = 30 \text{ мкм}$ .

6.4 Определяем предельно допустимую погрешность СИ  $\varnothing 30h5$ :

$$\Delta_{си} = 0,65 \cdot \Delta\delta = 0,65 \cdot 3 = 1,95 \text{ мкм}.$$

6.5 Выбираем универсальное измерительное средство по приложению Г, имеющее погрешность измерения в данном интервале размеров, не превышающую 1,95 мкм. В интервале свыше 18 до 30 мм данным условиям удовлетворяет микрокатор с ценой деления 0,002 мм, имеющий погрешность измерения  $\Delta_{си} = 1,5 \text{ мкм}$ .

Измерения относительные.

6.6 Определяем количество неправильно принятых (m) и неправильно забракованных по контролируемому параметру деталей (n).

Предельная погрешность СИ (микрокатора) с ценой деления 0,002 мм размера с допуском  $\Delta_{изд} = 9 \text{ мкм}$ ,  $\Delta'_{си} = 1,5 \text{ мкм}$ . При этом погрешность измерения без учёта погрешности метода и оператора будет равна:

$$\Delta'\delta = \frac{\Delta'_{си}}{0,65} = \frac{1,5}{0,65} = 2,3 \text{ (мкм)}.$$

Среднее квадратическое отклонение погрешности измерений равно:

$$\delta = \frac{\Delta'\delta}{2} = \frac{2,3}{2} = 1,15 \text{ (мкм)}.$$

Определяем соотношение среднего квадратического отклонения погрешности измерений и допуска на контролируемый размер:

$$\frac{\delta}{\Delta_{изд}} = \frac{1,15}{9} \cdot 100\% = 12,8\%.$$

По приложению Д для соотношения  $\frac{\delta}{\Delta_{изд}} = 12,8\%$  определяем, что неправильно принятых деталей  $m=3,75 - 4,10\%$ , а неправильно забракованных деталей  $n=5,40 - 5,80\%$  от общего числа в партии деталей.

## 7. Рекомендуемая литература

- 7.1 Клименков, С.С. Нормирование точности и технические измерения в машиностроении: Учебник / С.С. Клименков. - М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2013.
- 7.2 Шишмарев, В.Ю. Технические измерения и приборы: Учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В.Ю. Шишмарев. - М.: ИЦ Академия, 2012.
- 7.3 ГОСТ 8.051-81 «Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм».
- 7.4 РД 50-98-86. Методические указания «Выбор универсальных средств измерений линейных размеров до 500 мм» (по применению ГОСТ 8.051-81).
- 7.5 Кошлякова И.Г., Сорочкина О. Ю., Закалин Е. Н. Теория и практика нормирования точности в машиностроении: учебное пособие/; Донской гос. технический ун-т. - Ростов-на Дону: ДГТУ, 2013.
- 7.6 Допуски и посадки. Справочник/Под ред. В.Д. Мякова. - Л.: Машиностроение, 1982, ч.1.

## 8. Вопросы для самопроверки

- 8.1 Какие факторы влияют на качество измерений?
- 8.2 Что является основной характеристикой измерительного средства?
- 8.3 Что называется погрешностью результата измерений?
- 8.4 Назовите составляющие погрешности измерения.
- 8.5 Какими факторами могут быть вызваны следующие погрешности: метода измерений; средства измерений; влияющих факторов; оператора?
- 8.6 Исходя из каких условий выбирается средство измерений?

Приложение А

Форма отчета

1. Цель работы.
2. Выбор измерительных средств и результаты контроля параметров детали.
- 2.1. Выбор СИ для контроля размеров детали.
- Таблица 1 – Выбор средств измерений.

Обозначение размера на чертеже	Предельные отклонения размера ES (es), EI (ei), мкм	Допуск размера Δизд, мкм	Допустимая погрешность измерений по ГОСТ 8.051-81 Δδ, мкм	Допустимая погрешность средства измерения Δси, мкм	Средство измерений	Цена деления С, мм	Погрешность средства измерений Δ'си, мкм

- 2.2. Определение ожидаемых результатов приемки.

Таблица 2 – Определение неправильно принятых (m) и неправильно забракованных (n) деталей.

Обозначение размеров	Допуск размера Δизд, мкм	Погрешность средства измерений Δ'си, мкм	Погрешность измерений $\Delta'\delta = \frac{\Delta'si}{0,65}$	Среднее квадратическое отклонение $\delta = \frac{\Delta'\delta}{2}$	$\frac{\delta}{\Delta_{изд}} * 100\%$	% деталей	
						неправильно принятых m	неправильно забракованных n

3. Выводы.

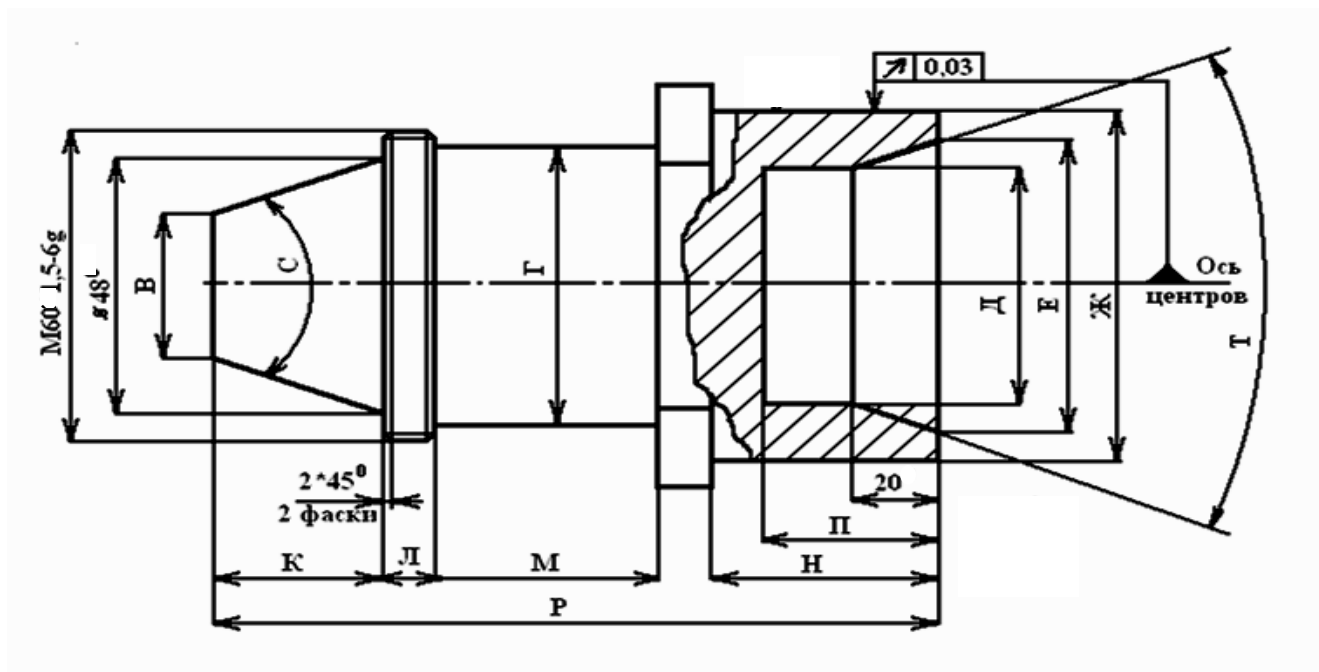


Рисунок 1 – Эскиз контролируемой детали

Размеры контролируемых деталей приведены в табл. 3 приложения А.

Примечание. 1. Выбор измерительных средств проводят для размеров с указанными полями допусков.  
2. Неуказанные предельные разряды назначить по h14.

Таблица 3 – Размеры контролируемых деталей

Номер детали	В	Г	Д	Е	Ж	К	Л	М	Н	П	Р	С	Т	У
1	39,2	49,5js10	49,5H10	70,55H12	75h7	39,4	21,15	26,5	44,6	40.16js10	142	14°	57°	151°
2	39,3	49,6d9	49,7G11	70,05H14	74.3s7	39,1	20,4	27	44,8	40.45js9	142,8	13°20'	50°40'	146°
3	40	49,5p11	49,9 F10	70,65H13	74.3 p8	39,5	20	26,9	44,5	40js9	142,3	12°40'	54°	144°
4	38,8	50js11	49,6H10	70,55H14	74.68h8	39,7	20,5	25	39,7	40.4js9	142	14°	43°20'	151°
5	39,1	49,6h10	49,8 E11	70,1H14	74.5r6	40,3	20,5	24,4	40,3	39.88js10	141,5	13°40'	55°20'	148°
6	39,1	49,6k9	49,7G10	69,9H12	74.64h6	39,2	21,2	26,2	39,2	40.24js12	142,3	12°40'	55°20'	152°
7	39,5	50m10	49,9F11	70,65H14	74.6js7	40,2	19,5	25,7	40,3	40.12js9	140	16°	47°	152°
8	40	49,6f9	49,5E10	70,3H12	74.8h8	39,7	20,7	24,4	39,7	40.48js10	141	13°20'	53°	152°

Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм, в соответствии с ГОСТ 8.051-81, мкм

Номинальные размеры, мм	Для квалитетов															
	2		3		4		5		6		7		8		9	
	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$	IT	$\Delta\partial$
До 3	1,2	0,4	2,0	0,8	3	1,0	4	1,4	6	1,8	10	3,0	14	3,0	25	6
Св. 3 до 6	1,5	0,6	2,5	1,0	4	1,4	5	1,6	8	2,0	12	3,0	18	4,0	30	8
6÷10	1,5	0,6	2,5	1,0	4	1,4	6	2,0	9	2,0	15	4,0	22	5,0	36	9
10÷18	2,0	0,8	3,0	1,2	5	1,6	8	2,8	11	3,0	18	4,0	27	7,0	43	10
18÷30	2,5	1,0	4,0	1,4	6	2,0	9	3,0	13	4,0	21	6,0	33	8,0	52	12
30÷50	2,5	1,0	4,0	1,4	7	2,4	11	4,0	16	5,0	25	7,0	39	10,0	62	16
50÷80	3,0	1,2	5,0	1,8	8	2,8	13	4,0	19	5,0	30	9,0	46	12,0	74	18
80÷120	4,0	1,6	6,0	2,0	10	1,0	15	5,0	22	6,0	35	10,0	54	12,0	87	20
120÷180	5,0	2,0	8,0	2,8	12	4,0	18	6,0	25	7,0	40	12,0	63	16,0	100	30
180÷250	7,0	2,8	10,0	4,0	14	5,0	20	7,0	29	8,0	46	12,0	72	18,0	115	30
250÷315	8,0	3,0	12,0	4,0	16	5,0	23	8,0	32	10,0	52	14,0	81	20,0	130	30
315÷400	9,0	3,0	13,0	5,0	18	6,0	25	9,0	36	10,0	57	16,0	89	24,0	140	40
400÷500	10,0	4,0	15,0	5,0	20	6,0	27	9,0	40	12,0	63	18,0	97	26,0	155	40

Окончание таблицы

Номинальные размеры, мм	Для квалитетов															
	10		11		12		13		14		15		16		17	
	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$	IT	$\Delta\sigma$
До 3	40	8	60	12	100	20	140	30	250	50	400	80	600	120	1000	200
Св 3 до 6	48	10	75	16	120	30	180	40	300	60	480	100	750	160	1200	240
6÷10	58	12	90	18	150	30	220	50	360	80	580	120	900	200	1500	300
10÷18	70	14	110	30	180	40	270	60	430	90	700	140	1100	240	1800	380
18÷30	84	18	130	30	210	50	330	70	520	120	840	180	1300	280	2100	440
30÷50	100	20	160	40	250	50	390	80	620	140	1000	200	1600	320	2500	500
50÷80	120	30	190	40	300	60	460	100	740	160	1200	240	1900	400	3000	600
80÷120	140	30	220	50	350	70	540	120	870	180	1400	280	2200	440	3500	700
120÷180	160	40	250	50	400	80	630	140	1000	200	1600	320	2500	500	4000	800
180÷250	185	40	290	60	460	100	720	160	1150	240	1850	380	2900	600	4600	1000
250÷315	210	50	320	70	520	120	810	180	1300	260	2100	440	3200	700	5200	1100
315÷400	230	50	360	80	570	120	890	180	1400	280	2300	460	3600	800	5700	1200
400÷500	250	50	400	90	630	140	970	200	1550	320	2500	500	4000	800	6300	1400

Приложение Г

Таблица Г1. Измерение наружных линейных размеров, биений и глубин

Средства измерения	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров, мм										
Наименование и случаи применения	до 10		св 10 до 50		св 50 до 250		св 250 до 500				
1.Штангенциркули (ШЦ-1, ШЦ-1, ШЦ-II, ШЦ-III) с отсчетом по нониусу 0,1 мм	150		150		200		250				
2.Штангенциркули (ШЦ-II,ШЦ-III) с отсчетом нониуса 0,05 мм	100		100		100						
Средства измерения	Варианты использования		Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров, мм								
Наименование и случаи применения			до 25	св 25 до 75	св 75 до100	св 100 до 150	св 150 до 200	св 200 до 250	св 250 до 300	св 300 до 400	св 400 до 500
3.Микрометры гладкие (МК) с величиной отсчета 0,01 мм при настройке на ноль по уст. мере	а*		5	10	15	15	20	25	30	40	50
	б**		5	5	5	10	10	10	10	10	10

\* - при работе приборы находятся в руках

\*\* - при работе приборы находятся в стойке или обеспечивается надежная изоляция от тепла рук оператора

Средства измерения	Варианты использования	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров, мм								
Наименование и случаи применения		до 10	св 10 до 30	св 30 до 50	св 50 до 80	св 80 до 180	св 180 до 200	св 200 до 300	св 300 до 400	св 400 до 500
4.Скобы индикаторные(СИ) с ценой деления 0,01 мм	а	10	12	15	15	20	25	40	50	60
	б	10	10	10	12	12	15	18	20	25

Средства измерения	Варианты использования	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров, мм											
Наименование и случаи применения		до 25	св 25 до 50	св 50 до 75	св 75 до 100	св 100 до 125	св 125 до 150	св 150 до 175	св 175 до 200	св 200 до 250	св 250 до 300	св 300 до 400	св 400 до 500
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5.Микрометры рычажные (МР и МРИ) с ценой деления 0,002 мм и 0,01 мм при установке на ноль по установочной мере и скобы рычажные (СР) с ценой деления 0,002 мм при настройке на ноль по мерам длины при концевым использованием на всем пределе измерения	а	4	7	9	12	14	16	18	21	26	30	40	50
	б	4	4,5	5	5	6	7	7	7	7	7	10	10

Средства измерения	Перемещение измерительного стержня, мм	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров									
Наименование и случаи применения		св 1 до 3	св 3 до 18	св 18 до 50	св 50 до 80	св 80 до 120	св 120 до 180	св 180 до 250	св 250 до 315	св 315 до 400	св 400 до 500
6.Индикаторы часового типа(ИЧ и ИТ) с ценой деления 0,01 мм и пределом измерения от 2 до 10 мм, класс точности 1	10	15	15	16	18	20	22	25	33	40	45
	5	12	13	14	15	18	20	25	35	40	45
	2	10	10	10	12	12	12	14	18	20	22
то же при измерении биений	2	13									
	1	11									
	0,1	8									

Средства измерения	Перемещение измерительного стержня, мм	Погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров								
Наименование и случаи применения		до 3	св 3 до 6	св 6 до 10	св 10 до 18	св 18 до 30	св 30 до 50	св 50 до 80	св 80 до 120	св 80 до 120
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7.Головки измерительные 1 пружинные (микрокаторы) (ЗИГП,ЗИГПГ) с ценой деления 0,002 и пределом	± 0,060	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	2.5	2.5



изм. $\pm 0,060\text{мм}$										
8.Головки измерительные пружинные(микрокаторы) (1ИГП, 1ИГПГ) с ценой деления 0,001 мм, и пределом измерения $\pm 0,030\text{мм}$	$\pm 0,030$	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	0,9	1,0	1,2	1,2
9.Головки измерительные пружинные (микрокаторы) (05ИГП) с ценой деления 0,0005 мм и пределом измерения $\pm 0,015\text{ мм}$	$\pm 0,015$	0,50	0,50	0,60	0,60	0,60	0,60	0,70	0,90	0,80
10.Головки измерительные пружинно-оптические(оптикаторы) (05П) с ценой деления 0,0005мм и пределом измерения.	$\pm 0,050$	0,05	0,05	0,05	0,60	0,60	0,60	0,70	0,90	0,80
11.Головки измерительные пружинно-оптические (оптикаторы) (02П) с ценой деления 0,0002 мм и пределом измер.0,050 мм	$\pm 0,020$	0,30	0,30	0,30	0,30	0,35	0,35	0,35	0,45	0,45

12.Головки измерительные пружинно-оптические (оптикаторы) (01П) с ценой деления 0,0001мм и пределом измерения 0,024 мм	$\pm 0,10$	0,25	0,25	0,25	0,30	0,30	0,35	0,35	0,40	0,40
13.Оптиметр вертикальный, оптиметр горизонт. (ОВО,ОГО) с ценой деления 0,001 мм и пределом измер. по шкале 0,1 мм при измер. методом сравнения с мерой	$\pm 0,1$	1								

Средства измерения	Перемещение измерительного стержня, мм	Погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров					
Наименование и случаи применения		до 3	св 3 до 18	св 18 до 50	св 50 до 80	св 80 до 120	св 120 до 150
14.Микроскопы инструментальные (большая и малая модель) (БМИ,ММИ)	-	4	4	5	6	9	11

Средства измерения	Перемещение измерительного стержня, мм	Погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров						
Наименование и случаи применения		до 3	св 3 до 6	св 6 до 10	св 10 до 18	св 18 до 50	св 50 до 80	св 80 до 100
15.Длинномеры: горизонтальный и вертикальный при абсолютных измерениях	100	1,2	1,3	1,3	1,6	2	2,5	3

Средства измерения	Увеличение	Погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров		
Наименование и случаи применения		до 6	св 6 до 18	св 18 до 100
16.Проекторы измерительные	10 <sup>x</sup>	15	15	16
	20 <sup>x</sup>	8	10	10
	50 <sup>x</sup> , 100 <sup>x</sup> , 200 <sup>x</sup>	6	6	7

Средства измерения	Варианты использования	Погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров		
Наименование и случаи применения		до 10	св 10 до 50	св 50 до 400
17.Штангенглубиномер отсчет по нониусу 0,05мм	-	100	100	150

Средства измерения	Варианты использования	Погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров					
Наименование и случаи применения		до 25	св 3 до 50	св 50 до 75	св 75 до 100	св 100 до 125	св 125 до 150
18.Глубиномеры микрометрические (ГМ)	при абсолютном методе измерений с настройкой по установочным мерам	7	20	20	20	20	25
		6	6	7	8	10	11

Таблица Г2. Измерение внутренних линейных размеров

Средства измерения	Варианты использования	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров				
Наименование и случаи применения		св 3 до 16	св 18 до 50	св 50 до 120	св 120 до 250	св 250 до 500
1.Штангенциркули(ШЦ-1, ШЦТ-1, ШЦ-II,ШЦ-III) с отсчетом по нониусу 0,1 мм	-	200	200	250	300	300
2.Штангенциркули(ШЦ-II, ШЦ-III)с отсчетом по нониусу 0,05 мм	-	150	150	200	200	250

3.Нутромеры микрометрические (НМ) с величиной отсчета 0,01 мм	-	-	-	15	20	30
4.Нутромеры индикаторные (НИ) с ценой деления отсчетного устройства 0,01мм	вся шкала 0,1 мм	15	20	25	25	30

Средства измерения	Варианты использования	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров		
Наименование и случаи применения		св 13 до50	св 50 до 120	св 120 до 250
5.Оптиметры и длинномеры горизонтальные с ценой деления 0,001 мм	-	1,5	2,5	5

Средства измерения	Варианты использования	Предельные погрешности измерения (мкм) для диапазона размеров	
Наименование и случаи применения		до 18	св 18 до 150
6.Микроскопы инструментальные (большая и малая модели) (БМИ,ММИ)	-	7	10

Зависимость брака контроля 1-го рода(n) и 2-го (m) рода от отношения  $\frac{\delta}{\Delta_{изд}}$  при нормальном распределении размеров измеряемых параметров

$\frac{\delta}{\Delta_{изд}} \%$	n%	m%
1,6	0,70-0,75	0,37-0,39
3	1,20-1,30	0,87-0,90
5	2,00-2,25	1,60-1,70
8	3,40-3,70	2,00-2,80
10	4,50-4,75	3,10-3,50
12	5,40-5,80	3,75-4,40
16	7,80-8,25	5,00-5,40

Кошлякова И.Г., Атоян Т.В.

Лабораторная работа №10

### «ОЦЕНКА ГОДНОСТИ ДЕТАЛИ»

1 **Цель работы:** Получить навыки работы с универсальными средствами измерений (СИ), оценить качество параметров детали.

2 **Объект измерений:** Деталь, эскиз которой показан на рис. 1 приложения Б (лабораторная работа №9).

3 **Оборудование:** Средства измерений, необходимые для контроля указанных размеров, выбранные по результатам выполнения лабораторной работы №9.

#### 4 **Общие положения**

При измерениях физических величин в тех случаях, когда основную роль играют случайные ошибки, все оценки точности измерения можно делать только с некоторой доверительной вероятностью. За наиболее вероятное значение измеряемой величины обычно принимают её среднее арифметическое значение  $\bar{X}$ , вычисленное из n-го числа измерений этой величины. Однако даже в этом случае полученное значение  $\bar{X}$  будет отличаться от истинного значения  $X$  на величину погрешности измерения  $\Delta X$ .

Интервал значений от  $\bar{X} - \Delta X$  до  $\bar{X} + \Delta X$  представляет собой доверительный интервал.

Доверительный интервал – интервал значений, в пределах которого с заданной вероятностью находится искомое значение результата измерений.

Знание доверительной вероятности позволяет оценить степень надёжности полученного результата.

В том случае, когда число измерений, из которых вычислено среднее арифметическое значение ( $\bar{X}$ ) не велико ( $n=3 \div 30$ ), зная доверительную вероятность ( $P$ ), определяют коэффициент Стьюдента ( $t_p$ ) (таблица приложения Б).

Используя коэффициент Стьюдента  $t_p$ , среднее арифметическое значение  $\bar{X}$ , число измерений  $n$ , среднее квадратическое отклонение  $S$ , можно записать результат измерений в виде доверительного интервала:

$$\bar{X} - t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq X \leq \bar{X} + t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}. \quad (1)$$

Параметр считается годным, если обе границы доверительного интервала входят в поле допуска на размер.

#### 5 **Порядок выполнения работы**

5.1 Ознакомиться с общими положениями.

5.2 Выбрать методику измерений каждого контролируемого размера (схему измерений, количество контролируемых сечений, число повторных измерений и т.д.).

5.3 Выбрать комплекс измерительных средств для контроля заданных параметров детали, установленный при выполнении лабораторной работы №9.

5.4 Выполнить измерения каждого контролируемого параметра детали и результаты внести в протокол отчёта табл. 1 приложения А).

5.5 Для каждого измеренного параметра представить результат измерений в виде доверительного интервала. Для этого необходимо:

- определить среднее арифметическое ( $\bar{X}$ ) и принятого числа измерений  $n$ ;
- определить среднеквадратическое отклонение ( $S$ ) из  $n$  измерений;
- из таблицы приложения Б определить коэффициент Стьюдента  $t_p$  при заданной доверительной вероятности (по заданию преподавателя).

5.6 Сравнить результаты измерений с предельно допустимыми размерами. Дать заключение о годности детали по каждому контролируемому параметру. Данные занести в таблицу 2 приложения А.

### 6 Пример

Требуется проконтролировать наружный диаметр детали  $\varnothing 30h5$ , допуск которого равен 0,009 мм. Выбранное универсальное измерительное средство: микрометр с ценой деления 0,002 мм, имеющий погрешность измерения  $\Delta_{си} = 1,5$  мкм. Измерения относительные.

6.1 Устанавливаем методику измерений: наружный диаметр будет контролироваться в трёх сечениях в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

6.2 Выполняем измерения, результаты записываем в таблицу, рассчитываем среднеквадратическое отклонение и определяем коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности  $P=0,9$ .

6.3 Обработка результатов измерений:

Номер измерения	Сечения и направления измерений	$x$ мм	$x_i - \bar{X}$ мм	$(x_i - \bar{X})^2$ мм
1	1,1-1	30.000	0,004	$16 \cdot 10^{-6}$
2	1,2-2	29.992	-0,004	$16 \cdot 10^{-6}$
3	2,1-1	29.994	-0,002	$4 \cdot 10^{-6}$
4	2,2-2	30.000	0,004	$16 \cdot 10^{-6}$
5	3,1-1	29.992	-0,004	$16 \cdot 10^{-6}$
6	3,2-2	29.998	0,002	$4 \cdot 10^{-6}$

$$\Sigma x_i = 179,976 \text{ мм}$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{179,976}{6} = 29,996 \text{ (мм)}$$

$$\Sigma (x_i - \bar{X})^2 = 0,000072 \text{ (мм}^2\text{)}$$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,000072}{6-1}} = 0,0038 \text{ (мм)}$$

$$S = 0,0038 \text{ мм.}$$

6.4 При заданной доверительной вероятности  $P=0,9$ , числе измерений  $n=6$  по таблице приложения Б определяем коэффициент Стьюдента  $t_p = 2$ .

Таким образом, результат измерений можно записать в виде доверительного интервала:

$$29,996 - 2 \cdot \frac{0,0038}{\sqrt{6}} \leq X \leq 29,996 + 2 \cdot \frac{0,0038}{\sqrt{6}}$$

или

$$29,993 \leq X \leq 29,999 \text{ мм.}$$

### 7 Рекомендуемая литература

7.1 Клименков, С.С. Нормирование точности и технические измерения в машиностроении: Учебник / С.С. Клименков. - М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2013.

7.2 Шишмарев, В.Ю. Технические измерения и приборы: Учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В.Ю. Шишмарев. - М.: ИЦ Академия, 2012.

7.3 ГОСТ 8.051-81 «Погрешности, допускаемые при измерении линейных размеров до 500 мм».

7.4 РД 50-98-86. Методические указания «Выбор универсальных средств измерений линейных размеров до 500 мм» (по применению ГОСТ 8.051-81).

7.5 Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии и стандартизации. – Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

### 8 Вопросы для самопроверки

- 8.1 Что такое метод измерений?
- 8.2 Что характеризует среднее арифметическое значение результатов измерений?
- 8.3 Что показывает среднее квадратическое отклонение результатов измерений?
- 8.4 Что называется доверительной вероятностью?
- 8.5 Что показывает доверительный интервал результата измерений?
- 8.6 Что такое доверительные границы результата измерений?

Приложение А

#### Форма отчета

1. Цель работы.
2. Определение действительных размеров параметров детали.

Таблица 1. Интервальная оценка результата измерений параметров детали.

Сечения и направления измерений	Единица измерений	$x_i$	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$	Доверительный интервал $\bar{X} - t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq X \leq \bar{X} + t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

- 2.1. Оценка годности параметров детали.

Таблица 2. Результаты контроля параметров детали

Обозначение размера на чертеже	Единица измерения	Предельные отклонения размера		Предельно допустимые размеры		Действительный размер	Заключение о годности
		ES (es)	EI (ei)	наибольший	наименьший		

Приложение Б

#### Коэффициент распределения Стьюдента $t_p$

Число измерений	При доверительной вероятности Р												
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	0,16	0,33	0,51	0,73	1	1,38	2	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,6
3	0,14	0,29	0,45	0,62	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7	9,9	31,6
4	0,14	0,28	0,42	0,58	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	0,13	0,27	0,41	0,57	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,6
6	0,13	0,27	0,41	0,56	0,73	0,92	1,2	1,5	2	2,6	3,4	4	6,9
7	0,13	0,27	0,4	0,55	0,72	0,9	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6
8	0,13	0,26	0,4	0,55	0,71	0,9	1,1	1,4	1,9	2,4	3	3,5	5,4
9	0,13	0,26	0,4	0,54	0,71	0,9	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5
10	0,13	0,26	0,4	0,54	0,7	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8



## «ПРЯМЫЕ МНОГОКРАТНЫЕ РАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН»

1 **Цель работы:** Приобрести практические навыки проведения равноточных прямых многократных измерений.

2 **Объект измерений:** выборка большого объема из партии деталей.

3 **Оборудование:** Средство измерений, необходимое для указанного измеряемого параметра (по заданию преподавателя).

### 4 **Общие положения**

Целью измерения является нахождение соотношения измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины. Прямое измерение – это измерение, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно из опытных данных. Для повышения точности и достоверности результатов выполняются многократные измерения. При этом случайная погрешность уменьшается в  $\sqrt{n}$  раз, где  $n$  – число повторных измерений.

Окончательный результат измерений, как правило, представляется в виде доверительного интервала:

$$\bar{X} - t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq X \leq \bar{X} + t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

где  $\bar{X}$  – среднее арифметическое значение результата измерений:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ; (2)

$S$  – СКО результата измерений:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (3)$$

$t_p$  – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $P$ .

В этой формуле коэффициент Стьюдента может быть использован при условии, что эмпирическое распределение результатов измерений соответствует нормальному закону распределения, т.е. процесс измерений находится в статистически управляемом состоянии. На практике это означает, что даже под воздействием внешних влияющих факторов, характеристики измерительного процесса остаются в установленных пределах без дополнительных регулировок процесса. При анализе экспериментальных данных на первом этапе это может быть проверено с помощью гистограммы (рис.1). Гистограмма – ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых является ширина интервала, а

высотой – относительная частота. Относительная частота  $\frac{m_i}{n}$  показывает долю

определенного значения результата измерений  $m_i$  в общем числе измерений  $n$ . О соответствии эмпирического распределения теоретическому нормальному закону можно судить, например, по симметричности и общей колоколообразной форме гистограммы.

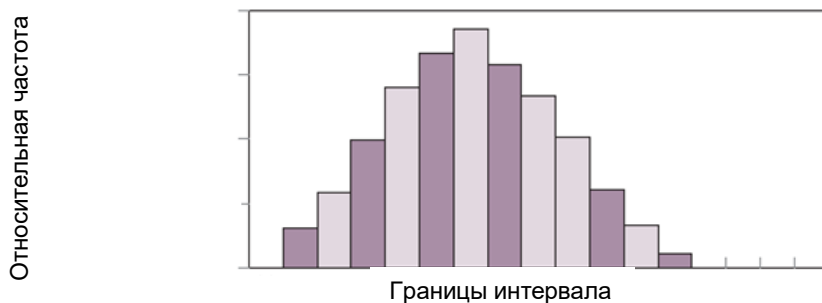


Рисунок 1 – Общий вид гистограммы

Другой вероятностной характеристикой распределения экспериментальных данных является функция распределения относительных накопленных частот или кумулятивная функция (рис.2). Она определяет вероятность того, что отдельный результат  $x_i$  при однократном измерении примет значение меньшее аргумента функции.

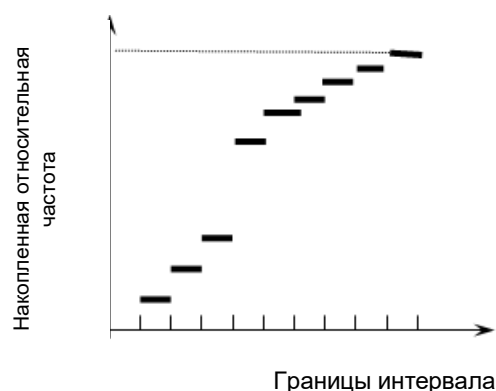


Рисунок 2 – Эмпирическая функция распределения

### **3 Порядок выполнения работы**

3.1. Ознакомиться с общей частью методического руководства (раздел 2) и подготовить протокол отчета (приложение А).

3.2. Провести многократные измерения заданного параметра, результаты которых занести в табл. 1 приложения А.

3.3. Найти среднее арифметическое значение и среднее квадратическое отклонение результатов измерений по формулам (2) и (3).

3.4. Построить гистограмму.

3.4.1. Все экспериментальные данные расположить в вариационный ряд по мере возрастания их значений и занести в табл. 2 приложения А.

3.4.2. Определить размах результатов измерений:  $R = x_{\max} - x_{\min}$ ,

где  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значения результатов измерений, соответственно.

3.4.3. Установить число интервалов гистограммы  $r$ , если рекомендуется при  $n=50 \dots 100$ ,  $r=7 \dots 9$ ; при  $n=100 \dots 500$ ,  $r=8 \dots 12$ .

3.4.4. Сравнить принятое число интервалов с числом интервалов, установленным по формуле Стерджесса:  $r = 1 + 3,322 \lg n$ .

3.4.5. Рассчитать ширину интервала по формуле:  $h = (x_{\max} - x_{\min})/r$ .

3.4.6. Установить границы интервалов по правилу:  $[x_{\min}; x_{\min}+h]$ ,  $[x_{\min}+h; x_{\min}+2h]$ ,  $[x_{\min}+2h; x_{\min}+3h]$ , ...,  $[x_{\min}+(r-1)h; x_{\max}]$ ;

3.4.7. Подсчитать абсолютную частоту  $m_i$  – число экспериментальных данных, попавших в каждый интервал.

3.4.8. Рассчитать относительную частоту  $p_{i3}=m_i/n$ .

3.4.9. Результаты занести в табл.3 приложения А.

3.4.10. Построить гистограмму в виде ступенчатой фигуры, отложив по оси абсцисс границы интервалов, по оси ординат – относительную частоту для каждого интервала, как показано на рис.1.

3.5. Построить эмпирическую функцию распределения.

3.5.1. Рассчитать накопленные частоты для каждого из интервалов эмпирического распределения:  $F_{эк} = \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{n}$ , где  $m_i$  - абсолютные частоты в интервалах с 1-го по k-й.

3.5.2. Построить кумулятивную функцию, отложив по оси абсцисс границы интервалов, по оси ординат – накопленную относительную частоту для каждого интервала, как показано на рис.2.

3.6. Сделать выводы о соответствии эмпирического распределения теоретическому нормальному закону.

#### **4 Список рекомендуемой литературы**

4.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп.- Спб.: Питер, 2010.

4.2. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.:Изд-во стандартов, 1991.

4.3. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии и стандартизации. – Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

#### **5 Контрольные вопросы**

5.1. Что является целью измерения?

5.2. Какие измерения называются прямыми?

5.3. С какой целью проводятся многократные измерения?

5.4. Какие статистические характеристики определяются для многократных измерений?

5.5. В чем проявляется состояние статистической управляемости процесса?

5.6. Что представляет собой гистограмма?

5.7. С какой целью и каким образом строится гистограмма?

5.8. Что характеризует и как строится эмпирическая функция распределения?

Приложение А

#### **Форма отчета**

1. Цель работы

2. Протокол измерений

Оператор \_\_\_\_\_ Объект измерений \_\_\_\_\_

Измеряемый параметр \_\_\_\_\_

(наименование, номинальное значение и предельные отклонения)

Средство измерений \_\_\_\_\_ (наименование).

Метрологические характеристики:

- диапазон измерений: \_\_\_\_\_;

- цена деления \_\_\_\_\_;

- предельная погрешность \_\_\_\_\_.

Таблица 1. Результаты измерений, \_\_\_\_\_

(единица измерений)

№ измерения	Результат измерения	№ измерения	Результат измерения	№ измерения	Результат измерения

3. Статистические характеристики:

- среднее арифметическое:  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i =$

- среднее квадратическое отклонение:  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} =$

4. Построение гистограммы и функции распределения

4.1. Вариационный ряд результатов измерений

Таблица 2. Ранжированный ряд результатов измерений, \_\_\_\_\_  
(единица измерений)

№ измерения	Результат измерения	№ измерения	Результат измерения	№ измерения	Результат измерения

4.2. Расчет относительных частот.

Число интервалов по формуле Стерджесса - \_\_\_\_\_.

Принятое число интервалов \_\_\_\_\_.

Таблица 3. Данные для построения гистограммы и функции распределения

Номер интервала	Границы интервалов		Абсолютная частота	Относительная частота	Накопленная относительная частота
	нижняя	верхняя			
1					
:					
:					
r					
Сумма	—	—			—

4.3. Гистограмма.

4.4. Функция распределения относительных частот.

5. Выводы.

5.1. О соответствии эмпирического распределения нормальному теоретическому закону.

5.2. О соответствии измеренного параметра заданным требованиям к точности.

## «ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН»

1 **Цель работы:** Приобрести практические навыки проведения статистической обработки результатов прямых многократных измерений.

2 **Объект измерений:** выборка большого объема из партии деталей.

3 **Оборудование:** Средство измерений, необходимое для указанного измеряемого параметра (по заданию преподавателя).

### 4 **Общие положения**

Целью статистической обработки результатов измерений является определение числовых характеристик и получение окончательного результата измерений с заданной степенью достоверности. Окончательный результат измерений, как правило, представляется в виде доверительного интервала:

$$\bar{X} - t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq X \leq \bar{X} + t_p \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

где  $\bar{X}$  – среднее арифметическое значение результата измерений:

$S$  – СКО результата измерений:

$t_p$  – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $P$ .

Статистической обработке подлежат только исправленные результаты измерений, т.е. те экспериментальные данные, из которых исключены промахи и внесены поправки на известные систематические погрешности. Для определения промахов могут применяться критерии трех сигм, Романовского, Шарлье, Шовенэ, Диксона. Все они рассматривают экспериментальные данные наиболее удаленные от центра распределения – среднего арифметического значения. Это обусловлено тем, что разброс результатов измерений одного и того же размера должен быть незначительным, в противном случае можно предполагать, что проявляется существенное влияние какого-либо внешнего фактора. Такой результат измерений следует исключить и не учитывать его при статистической обработке. При большом числе измерений  $20 < n < 100$  используется критерий Шарлье. Промахами считаются результаты, для которых выполняется неравенство:

$$|x_i - \bar{X}| > K_w \cdot S, \quad (2)$$

где  $K_w$  – значения критерия Шарлье приведены в приложении Б.

Исправленные результаты измерений проверяют на соответствие нормальному теоретическому распределению. Первоначально это выполняется визуально с помощью гистограммы. Более достоверной является параметрическая оценка с помощью критериев Пирсона  $\chi^2$ , Колмогорова-Смирнова, Мизеса-Смирнова  $\omega^2$ , составного, приближенного метода оценки. Эти критерии сравнивают вероятностные и статистические характеристики эмпирического распределения с аналогичными характеристиками нормального теоретического закона.

После проверки соответствия теоретическому нормальному распределению для результатов измерений с заданной степенью достоверности рассчитывается доверительный интервал (1).

### 3 **Порядок выполнения работы**

3.1. Ознакомиться с общей частью методического руководства (раздел 2) и подготовить протокол отчета (приложение А).

3.2. Проверить экспериментальные данные на отсутствие промахов с помощью критерия Шарлье.

3.2.1. Определить для результатов измерений, полученных при выполнении лабораторной работы №11, среднее арифметическое значение и среднее квадратическое отклонение (СКО) по формулам, соответственно:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad (3)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (4)$$

3.2.2. Все экспериментальные данные расположить в вариационный ряд по мере возрастания их значений и занести в табл. 1 приложения А.

3.2.3. Для обоих крайних значений ранжированного ряда проверить неравенство (2) и исключить экспериментальные данные, являющиеся промахами. Проверку производить до тех пор, пока для обоих крайних значений ряда не начнет выполняться неравенство:

$$|x_i - \bar{X}| < K_{\text{ш}} \cdot S, \quad (5)$$

После исключения какого-либо результата измерений необходимо рассчитать заново среднее арифметическое и СКО без учета промаха.

3.3. Проверить соответствие эмпирического распределения нормальному теоретическому закону с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ .

3.3.1. Вычислить вероятность  $p_i$  попадания результата измерений в каждый из интервалов гистограммы  $[x_{\text{ни}}; x_{\text{ви}}]$  (лабораторная работа №11) при нормальном законе распределения, используя функцию Лапласа  $\Phi(t)$  (приложение В):

$$p_i = \Phi[(x_{\text{ви}} - \bar{X})/S] - \Phi[(x_{\text{ни}} - \bar{X})/S], \quad (6)$$

где  $x_{\text{ни}}$ ;  $x_{\text{ви}}$  – соответственно нижняя и верхняя границы  $i$ -го интервала гистограммы.

3.3.2. Вычислить показатель разности частот

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(m_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i},$$

(6)

где  $m_i$  – абсолютная частота попадания результатов измерений в  $i$ -й интервал. Результаты расчетов занести в табл. 2 приложения А.

3.3.3. Проверить выполнение неравенства  $\chi^2 < \chi_{\alpha}^2$ , где  $\chi_{\alpha}^2$  – табличное значение  $\chi^2$  для уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $(r-3)$  по приложению Б (лабораторная работа №7. Если неравенство не выполняется, то гипотезу о нормальности эмпирического распределения отклоняют.

3.4. Рассчитать доверительный интервал результата измерений.

3.5. Сделать выводы о соответствии эмпирического распределения теоретическому нормальному закону.

#### **4 Список рекомендуемой литературы**

4.1. Шишкин И.Ф. Теоретическая метрология. Часть 1. Общая теория измерений. Учебник для вузов, 4-е издание, перераб. и доп. - СПб.: Питер, 2010.

4.2. Маркин Н.С. "Основы теории обработки результатов измерений" М.:Изд-во стандартов, 1991.

4.3. Кошлякова И.Г., Ваганов В.А., Атоян Т.В. Практикум по метрологии и стандартизации. – Ростов н/Д.: Изд. центр ДГТУ, 2013.

#### **5 Контрольные вопросы**

5.1. Что является промахом?

5.2. Какие критерии применяются для оценки промахов?

5.3. С какой целью проводится проверка соответствия экспериментальных данных нормальному распределению?

5.4. Какие критерии используются для проверки соответствия нормальному распределению?

5.5. Что является статистикой критерия Пирсона  $\chi^2$ ?

5.6. Как сделать вывод о принятии гипотезы по критерию Пирсона  $\chi^2$ ?

5.7. Что показывает доверительный интервал результата измерений?

Приложение А

### Форма отчета

1. Цель работы

2. Результаты измерений

Таблица 1. Ранжированный ряд результатов измерений, \_\_\_\_\_  
(единица измерений)

№ измерения	Результат измерения	№ измерения	Результат измерения	№ измерения	Результат измерения

3. Проверка промахов

Таблица 2. Проверка промахов критерием Шарлье ( $K_{ш} = \underline{\hspace{1cm}}$ )

Проверяемый результат измерения	Среднее арифметическое значение $\bar{X}$	СКО S	Отклонение результата измерения $ x_i - \bar{X} $	Предельно допустимое значение $K_{ш} \cdot S$	Вывод

4. Проверка гипотезы о соответствии эмпирического распределения теоретическому нормальному закону

4.1. Расчет критерия Пирсона  $\chi^2$

Таблица 3. Расчет  $\chi^2$

Номер интервала	Границы интервалов		Абсолютная частота $m_i$	Квантили для границ		Функция Лапласа для границ $\Phi[(x_i - \bar{X})/S]$		Теоретическая вероятность $p_i$	$\chi^2$
	нижняя	верхняя		нижней $(x_{hi} - \bar{X})/S$	верхней $(x_{vi} - \bar{X})/S$	нижней	верхней		
1									
:									
:									
r									
Сумма	—	—		—	—	—	—		

4.2. Проверка гипотезы по условию  $\chi^2 < \chi_{q^2}$ .

Число степеней свободы  $k = \underline{\hspace{1cm}}$ ;

уровень значимости  $q = \underline{\hspace{1cm}}$ ;

табличное значение критерия Пирсона  $\chi_{q^2} = \underline{\hspace{1cm}}$ .

Вывод о принятии/отклонении гипотезы.

5. Доверительный интервал.

Приложение Б

Значения критерия Шарлье

$n$	5	10	20	30	40	50	100
$K_w$	1,3	1,65	1,96	2,13	2,24	2,32	2,58

Приложение В

Таблица 1 – Значения функции  $F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4813	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4874	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4986									
3,5	0,4998									
4,0	0,4999									